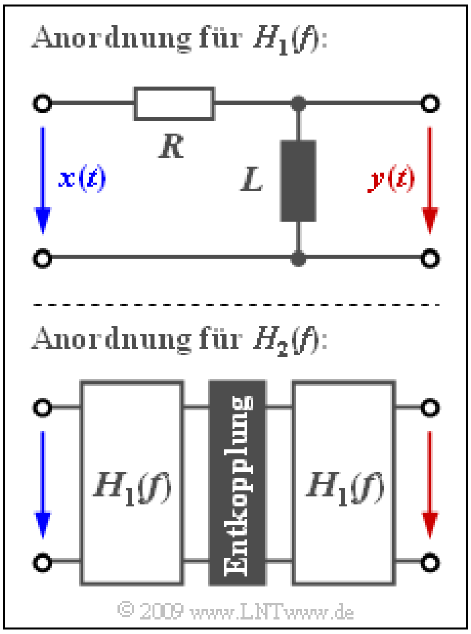
A3.1: Kausalitätsbetrachtungen



Die Grafik zeigt oben den Vierpol mit der Übertragungsfunktion

$$H_1(f) = \frac{\mathrm{j} \cdot f/f_\mathrm{G}}{1 + \mathrm{j} \cdot f/f_\mathrm{G}},$$

wobei f_G die 3dB–Grenzfrequenz angibt:

$$f_\mathrm{G} = \frac{R}{2\pi \cdot L}.$$

Durch Hintereinanderschalten n gleich aufgebauter Vierpole $H_1(f)$ kommt man zu der Übertragungsfunktion

$$H_n(f) = [H_1(f)]^n = \frac{[\mathrm{j} \cdot f/f_\mathrm{G}]^n}{[1 + \mathrm{j} \cdot f/f_\mathrm{G}]^n}.$$

Vorausgesetzt ist hierbei eine geeignete Widerstandsentkopplung, die aber zur Lösung dieser Aufgabe nicht von Bedeutung ist. Die untere Grafik zeigt zum Beispiel die Realisierung der Übertragungsfunktion $H_2(f)$.

In dieser Aufgabe wird ein solcher Vierpol im Hinblick auf seine Kausalitätseigenschaften betrachtet. Bei einem jeden kausalen System erfüllen der Real– und der Imaginärteil der Spektralfunktion $H(f)$ die Hilbert–Transformation, was durch das folgende Kurzzeichen ausgedrückt wird:

$$\mathrm{Im}\{H(f)\} \quad \bullet\!\!\longrightarrow \quad \mathrm{Re}\{H(f)\}.$$

Da die Hilbert–Transformation nicht nur für Übertragungsfunktionen, sondern auch für Signale wichtige Aussagen liefert, wird die Korrespondenz häufig durch die allgemeine Variable x ausgedrückt, die je nach Anwendungsfall als normierte Frequenz oder als normierte Zeit zu interpretieren ist.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 3.1.**

Fragebogen zu "A3.1: Kausalitätsbetrachtungen"

a) Wie kann $H_1(f)$ charakterisiert werden?

- ☐ $H_1(f)$ beschreibt einen Tiefpass.
- ☐ $H_1(f)$ beschreibt einen Hochpass.

b) Beschreibt $H_1(f)$ ein kausales Netzwerk?

- ☐ Ja.
- ☐ Nein.

c) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $H_2(f)$. Welcher komplexe Wert ergibt sich für $f = f_G$?

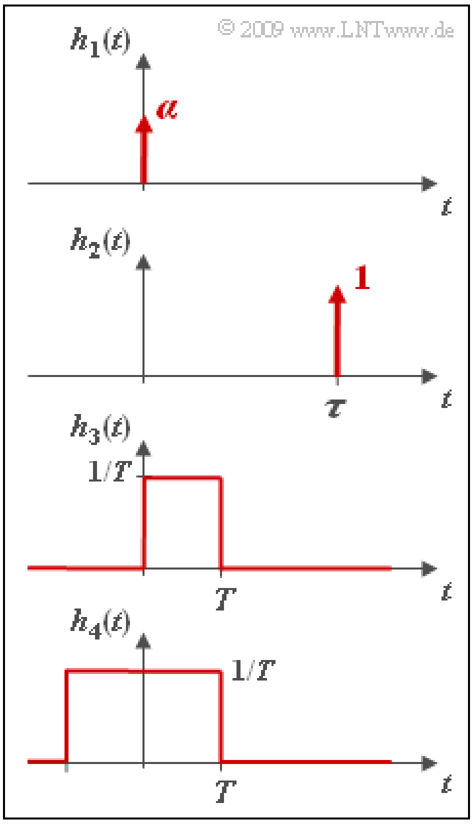
Re$\{H_2(f=f_G)\}$ =

Im$\{H_2(f=f_G)\}$ =

d) Welche der nachfolgenden Aussagen treffen zu?

- ☐ $H_2(f)$ beschreibt ein kausales System.
- ☐ $(x^4–x^2)/(x^4+2x^2+1)$ und $2x^3/(x^4+2x^2+1)$ sind ein Hilbert–Paar.
- ☐ Für $n > 2$ ist die Kausalitätsbedingung nicht erfüllt.

Z3.1: Hilbert-Transformierte



Der Zusammenhang zwischen dem Real– und dem Imginärteil der Übertragungsfunktion realisierbarer kausaler Systeme wird durch die Hilbert–Transformation beschrieben. Hierbei gilt:

$$\mathrm{Im}\{H(f)\} = -\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{Re}\{H(\nu)\}}{f-\nu}\,\mathrm{d}\nu\,,$$

$$\mathrm{Re}\{H(f)\} = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{Im}\{H(\nu)\}}{f-\nu}\,\mathrm{d}\nu\,.$$

Als gemeinsames Kurzzeichen verwendet man für diese beiden Integraltransformationen:

$$\mathrm{Im}\{H(f)\} \quad \bullet\!\!\longrightarrow \quad \mathrm{Re}\{H(f)\}\,.$$

Da sich die Hin– und die Rücktransformation lediglich durch das Vorzeichen unterscheiden, genügt eine Gleichung. Dabei gilt:

- Zur Berechnung des durch den Pfeil markierten Operanden wird das positive Vorzeichen verwendet.
- Dagegen ist zur Berechnung des durch den Kreis markierten Operanden das Minuszeichen zu berücksichtigen.

Die Hilbert–Transformation gilt viel allgemeiner als nur für den hier beschriebenen Anwendungsfall. Zum Beispiel wird sie auch verwendet, um zu einem reellen Bandpass–Signal das dazugehörige (komplexe) analytische Signal zu ermitteln.

Bei dieser Aufgabe soll zu den in der Grafik gegebenen kausalen Impulsantworten $h(t)$ die zugehörigen Frequenzgänge $H(f)$ entsprechend der Fourierrücktransformation ermittelt werden. Zerlegt man $H(f)$ jeweils in Real– und Imaginärteil, so können daraus Hilbert–Korrespondenzen abgeleitet werden.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 3.1.**

Fragebogen zu "Z3.1: Hilbert-Transformierte"

a) Ermitteln Sie ausgehend von $h_1(t) = \alpha \cdot \delta(t)$ die Hilbert–Transformierte einer Konstanten α. Welche Aussagen treffen zu?

- ☐ Die Hilbert–Transformierte einer Konstanten α ist ebenfalls α.
- ☐ Die Hilbert–Transformierte einer Konstanten α ist 0.
- ☐ Die Hilbert–Transformierte einer Konstanten α verläuft sinusförmig.

b) Ermitteln Sie ausgehend von $h_2(t) = \delta(t - \tau)$ die Hilbert–Transformierte einer Cosinusfunktion. Welche Aussagen treffen zu?

- ☐ Die Hilbert–Transformierte von einem Cosinus ist eine Konstante.
- ☐ Die Hilbert–Transformierte einer Cosinusfunktion ist 0.
- ☐ Die Hilbert–Transformierte von einem Cosinus verläuft sinusförmig.

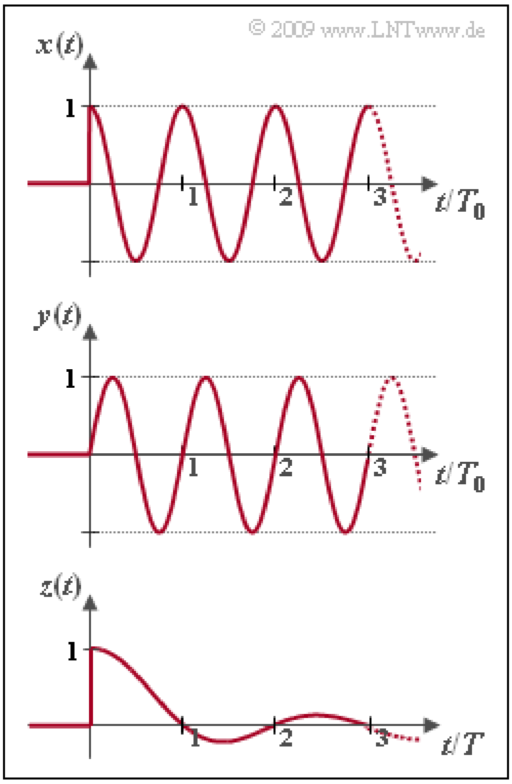
c) Ermitteln Sie ausgehend vom rechteckförmigen $h_3(t)$ die Hilbert–Transformierte der Funktion $\mathrm{si}(2\pi fT) = \sin(2\pi fT)/(2\pi fT)$. Welche Aussagen treffen zu?

- ☐ Die Hilbert Transformierte lautet $\sin^2(\pi fT)/(\pi fT)$.
- ☐ Die Hilbert Transformierte lautet $\sin(\pi fT) \cdot \mathrm{si}(\pi fT)$.

d) Lässt sich aus der Impulsantwort $h_4(t)$ eine Hilbert–Korrespondenz ableiten?

- ☐ Ja.
- ☐ Nein.

A3.2: Laplace-Transformation



Kausale Signale und Systeme beschreibt man meist mittels der Laplace–Transformation. Ist $x(t)$ für alle Zeiten $t < 0$ identisch 0, so lautet die Laplace–Transformierte:

$$X_{\rm L}(p) = \int_{0}^{\infty} x(t) \cdot {\rm e}^{-pt}\, {\rm d}t\,.$$

In dieser Aufgabe sollen die Laplace–Transformierten der in der Grafik dargestellten kausalen Signale ermittelt werden. Die nachfolgenden Gleichungen gelten nur für $t \geq 0$. Für negative Zeiten sind alle Signale identisch 0.

- Cosinussignal mit der Periodendauer T_0:

$$x(t) = \cos(2\pi \cdot \frac{t}{T_0}) = \cos(\omega_0 \cdot t)\,,$$

- Sinussignal mit Periodendauer T_0:

$$y(t) = \sin(2\pi \cdot \frac{t}{T_0}) = \sin(\omega_0 \cdot t)\,,$$

- sin(t)/t–Signal mit äquivalenten Nulldurchgängen im Abstand T:

$$z(t) = {\rm si}(\pi \cdot \frac{t}{T}) \;\;{\rm mit}\;\; {\rm si}(x) = \sin(x)/x\,.$$

Da $z(t)$ ebenso wie die anderen hier betrachteten Signale $x(t)$ und $y(t)$ nicht energiebegrenzt ist, kann zur Berechnung der Spektralfunktion nicht die Gleichung

$$Z(f) = Z_{\rm L}(p)\Big|_{p = {\rm j}\,2\pi f}$$

herangezogen werden. Vielmehr ist zu berücksichtigen, dass

$$z(t) = s(t) \cdot \gamma(t)$$

gilt, wobei $s(t)$ die herkömmliche symmetrische si–Funktion bezeichnet:

$$s(t) = {\rm si}(\pi \cdot \frac{t}{T}) \quad \circ\!\!-\!\!\!-\!\!\!\bullet \quad S(f)$$

Die Fouriertansformierte der Sprungfunktion $\gamma(t)$ lautet:

$$\gamma(t) \quad \circ\!\!-\!\!\!-\!\!\!\bullet \quad \Gamma(f) = \frac{1}{2} \cdot \delta(f) + \frac{1}{{\rm j} \cdot 2\pi f}\,.$$

$S(f)$ ist eine um $f = 0$ symmetrische Rechteckfunktion mit der Höhe T und der Breite $1/T$.

Hinweis: Die Aufgabe gehört zu **Kapitel 3.2.** Gegeben sind folgende bestimmte Integrale:

$$\int_0^\infty \mathrm{e}^{-px} \cdot \cos(qx)\,\mathrm{d}x = \frac{p}{p^2+q^2}\,, \qquad \int_0^\infty \mathrm{e}^{-px} \cdot \sin(qx)\,\mathrm{d}x = \frac{q}{p^2+q^2}\,,$$

$$\int_0^\infty \mathrm{e}^{-px} \cdot \frac{\sin(qx)}{x}\,\mathrm{d}x = \arctan\,\frac{q}{p}, \qquad \int_A^B \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x = \ln\,\frac{B}{A}\,.$$

Fragebogen zu "A3.2: Laplace-Transformation"

a) Berechnen Sie die Laplace–Transformierte $X_\text{L}(p)$ der kausalen Cosinusfunktion $x(t)$. Wie lautet die richtige Lösung?

- ☐ $X_\text{L}(p) = \omega_0/(p^2 + \omega_0^2)$.
- ☐ $X_\text{L}(p) = p/(p^2 + \omega_0^2)$.
- ☐ $X_\text{L}(p) = 1/(p^2 + \omega_0^2)$.

b) Berechnen Sie die Laplace–Transformierte $Y_\text{L}(p)$ der kausalen Sinusfunktion $y(t)$. Wie lautet die richtige Lösung?

- ☐ $Y_\text{L}(p) = \omega_0/(p^2 + \omega_0^2)$.
- ☐ $Y_\text{L}(p) = p/(p^2 + \omega_0^2)$.
- ☐ $Y_\text{L}(p) = 1/(p^2 + \omega_0^2)$.

c) Berechnen Sie die Laplace–Transformierte $Z_\text{L}(p)$ der kausalen si–Funktion $z(t)$. Wie lautet die richtige Lösung?

- ☐ $Z_\text{L}(p)$ hat einen rechteckförmigen Verlauf.
- ☐ $Z_\text{L}(p) = \arctan(1/p)$.
- ☐ $Z_\text{L}(p) = T/\pi \cdot \arctan(\pi/(pT))$.

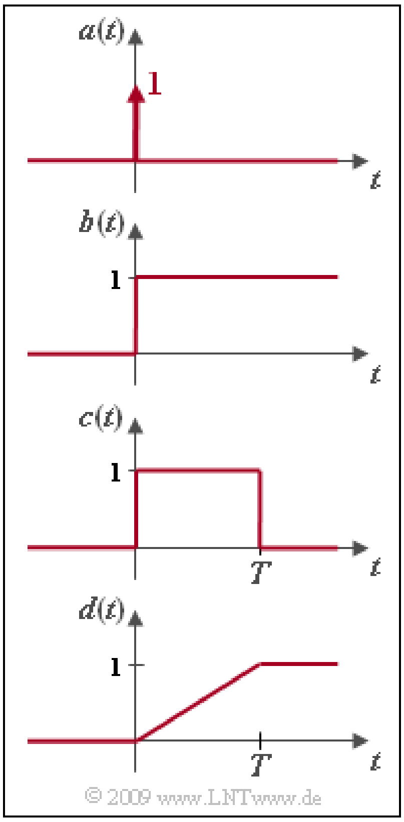
d) Berechnen Sie den Realteil des Spektrums $Z(f)$. Welche Aussagen treffen zu?

- ☐ $\text{Re}\{Z(f)\}$ hat einen rechteckförmigen Verlauf.
- ☐ $\text{Re}\{Z(f)\}$ ist proportional zu $\ln |(f \cdot T - 0.5) / (f \cdot T + 0.5)|$.

e) Berechnen Sie den Imaginärteil von $Z(f)$. Welche Aussagen treffen zu?

- ☐ $\text{Im}\{Z(f)\}$ hat einen rechteckförmigen Verlauf.
- ☐ $\text{Im}\{Z(f)\}$ ist proportional zu $\ln |(f \cdot T - 0.5) / (f \cdot T + 0.5)|$.

Z3.2: Laplace und Fourier



Die Fourier–Transformation kann für jedes deterministische Signal $x(t)$ angewandt werden. Für die Spektralfunktion gilt dann:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\cdot 2\pi f t}\,\mathrm{d}t\,.$$

Bei **leistungsbegrenzten Signalen** – Kennzeichen: unendlich große Energie – beinhaltet $X(f)$ auch Distributionen (Diracfunktionen).

Bei allen kausalen Signalen (und nur bei diesen) ist daneben auch die Laplace–Transformation anwendbar:

$$X_{\rm L}(p) = \int_{0}^{\infty} x(t) \cdot \mathrm{e}^{-pt}\,\mathrm{d}t\,.$$

In der Grafik sehen Sie verschiedene kausale Zeitfunktionen, die in dieser Aufgabe behandelt werden:

- die Diracfunktion $a(t)$,
- die Sprungfunktion $b(t)$,
- die Rechteckfunktion $c(t)$,
- die Rampenfunktion $d(t)$.

Die Gesetzmäßigkeiten der Fourier–Transformation gelten meist (allerdings nicht immer) auch für die Laplace–Transformation, wobei $p = \mathrm{j} \cdot 2\pi f$ zu setzen ist:

- Zum Beispiel lautet der **Verschiebungssatz** in Laplace– bzw. Fourier–Darstellung:

$$x(t-\tau) \quad \circ\!\!\stackrel{\rm L}{-\!\!-}\!\!\bullet \quad X_{\rm L}(p)\cdot \mathrm{e}^{-p\tau}\,,$$

$$x(t-\tau) \quad \circ\!\!-\!\!-\!\!\bullet \quad X(f)\cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\tau}\,.$$

- Dagegen ergeben sich beim **Integrationssatz** Unterschiede:

$$\int x(\tau)\,\mathrm{d}\tau \quad \circ\!\!\stackrel{\rm L}{-\!\!-}\!\!\bullet \quad X_{\rm L}(p)\cdot \frac{1}{p}\,,$$

$$\int x(\tau)\,\mathrm{d}\tau \quad \circ\!\!-\!\!-\!\!\bullet \quad X(f)\cdot \left[\frac{1}{2}\cdot\delta(f) + \frac{1}{\mathrm{j}\cdot 2\pi f}\right]\,.$$

Hinweis: Die Aufgabe behandelt die Thematik von **Kapitel 3.2.**

Fragebogen zu "Z3.2: Laplace und Fourier"

a) Wie lauten die Spektraltransformationen des Signals $a(t) = \delta(t)$?

- ☐ $A_L(p) = 1.$
- ☐ $A(f) = \delta(f).$
- ☐ $A(f) = 1.$

b) Wie lauten die Spektraltransformationen der Sprungfunktion $b(t) = \gamma(t)$?

- ☐ $B_L(p) = 1/p.$
- ☐ $B(f) = 1/(\mathrm{j} \cdot 2\pi f).$
- ☐ $B(f) = 1/2 \cdot \delta(f) - \mathrm{j}/(2\pi f).$

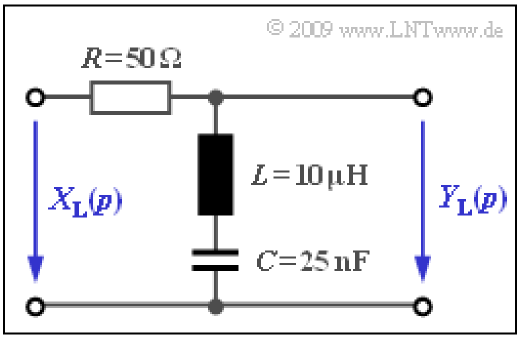
c) Wie lauten die Spektraltransformationen der Rechteckfunktion $c(t)$?

- ☐ $C_L(p) = \mathrm{si}(pT).$
- ☐ $C_L(p) = [1 - \mathrm{e}^{-pT}] / p.$
- ☐ $C(f) = C_L(p)$ mit $p = \mathrm{j} \cdot 2\pi f.$

d) Wie lauten die Spektraltransformationen der Rampenfunktion $d(t)$?

- ☐ $D_L(p) = [1 - \mathrm{e}^{-pT}] / (p^2T).$
- ☐ $D_L(p) = 1 - \mathrm{e}^{-pT}.$
- ☐ $D(f) = D_L(p)$ mit $p = \mathrm{j} \cdot 2\pi f.$

A3.3: p-Übertragungsfunktion



Jedes lineare zeitinvariante System, das durch eine Schaltung aus diskreten zeitkonstanten Bauelementen (Widerstände R, Kapazitäten C, Induktivitäten L, Verstärkerelemente, usw.) realisiert werden kann, ist kausal und besitzt zudem eine gebrochen–rationale p–Übertragungsfunktion der Form

$$H_{\rm L}(p) = \frac{A_Z \cdot p^Z + \ldots + A_1 \cdot p + A_0}{B_N \cdot p^N + \ldots + B_1 \cdot p + B_0} = \frac{Z(p)}{N(p)}\,.$$

Alle Koeffizienten $A_{\rm Z}$, ..., A_0, $B_{\rm N}$, ..., B_0 sind reell. Z bezeichnet den Grad des Zählerpolynoms $Z(p)$ und N den Grad des Nennerpolynoms $N(p)$. Eine äquivalente Darstellungsform obiger Gleichung lautet:

$$H_{\rm L}(p) = K \cdot \frac{\prod\limits_{i=1}^{Z} p - p_{\rm oi}}{\prod\limits_{i=1}^{N} p - p_{\rm xi}} = K \cdot \frac{(p-p_{\rm o1})(p-p_{\rm o2})\cdot \ldots \cdot (p-p_{{\rm o}Z})}{(p-p_{\rm x1})(p-p_{\rm x2})\cdot \ldots \cdot (p-p_{{\rm x}N})}\,.$$

Die $Z + N + 1$ Parameter bedeuten:

- $K = A_{\rm Z}/B_{\rm N}$ ist ein konstanter Faktor. Gilt $Z = N$, so ist dieser dimensionslos.
- Die Lösungen der Gleichung $Z(p) = 0$ ergeben die Z Nullstellen $p_{\rm o1}$, ..., $p_{\rm oZ}$ von $H_{\rm L}(p)$.
- Die Nullstellen des Nennerpolynoms $N(p)$ ergeben die N Polstellen der Übertragungsfunktion.

Diese Kenngrößen sollen für die in der Grafik gezeigten Schaltung mit den Bauelementen

$$R = 50\ \Omega\,,\quad L = 10\ \mu{\rm H}\,,\quad C = 25\ {\rm nF}$$

ermittelt werden. Außerdem soll der Frequenzgang $H(f)$ nach Fourier bestimmt werden, der sich aus $H_{\rm L}(p)$ durch die Substitution $p = {\rm j} \cdot 2\pi f$ ergibt.

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum Themengebiet von **Kapitel 3.2.** Als Hilfsgrößen werden in dieser Aufgabe verwendet:

$$A = \frac{R}{2L}\,,\quad B = \frac{1}{\sqrt{LC}}\,.$$

Fragebogen zu "A3.3: p-Übertragungsfunktion"

a) Ermitteln Sie die p–Übertragungsfunktion. Welche asymptotischen Werte erhält man für $p \to 0$ und $p \to \infty$?

$H_L(p \to 0)$ =

$H_L(p \to \infty)$ =

b) Ermitteln Sie aus $H_L(p)$ den Frequenzgang $H(f)$, indem Sie $p = j \cdot 2\pi f$ setzen. Welche der folgenden Aussagen treffen zu?

- ☐ Es handelt sich um einen Bandpass.
- ☐ Es handelt sich um eine Bandsperre.
- ☐ Ohne genaue Kenntnis von R, L und C ist keine Aussage möglich.

c) Berechnen Sie die Hilfsgrößen A und B für $R = 50\ \Omega$, $L = 10\ \mu H$, $C = 25$ nF.

A = 1/s

B = 1/s

d) Stellen Sie $H_L(p)$ in Pol–Nullstellen–Form dar. Wieviele Nullstellen (Z) und Pole (N) gibt es? Wie groß ist der konstante Faktor K?

Z =

N =

K =

e) Berechnen Sie die Nullstellen p_{o1} und p_{o2}. Beachten Sie die „Einheit" 1/µs.

obere Halbebene: $\mathrm{Re}\{p_{o1}\}$ = 1/µs

$\mathrm{Im}\{p_{o1}\}$ = 1/µs

untere Halbebene: $\mathrm{Re}\{p_{o2}\}$ = 1/µs

$\mathrm{Im}\{p_{o2}\}$ = 1/µs

f) Berechnen Sie die Pole p_{x1} und p_{x2}. Es gelte $|p_{x2}| > |p_{x1}|$.

$\mathrm{Re}\{p_{x1}\}$ = 1/µs

$\mathrm{Im}\{p_{x1}\}$ = 1/µs

$\mathrm{Re}\{p_{x2}\}$ = 1/µs

$\mathrm{Im}\{p_{x2}\}$ = 1/µs

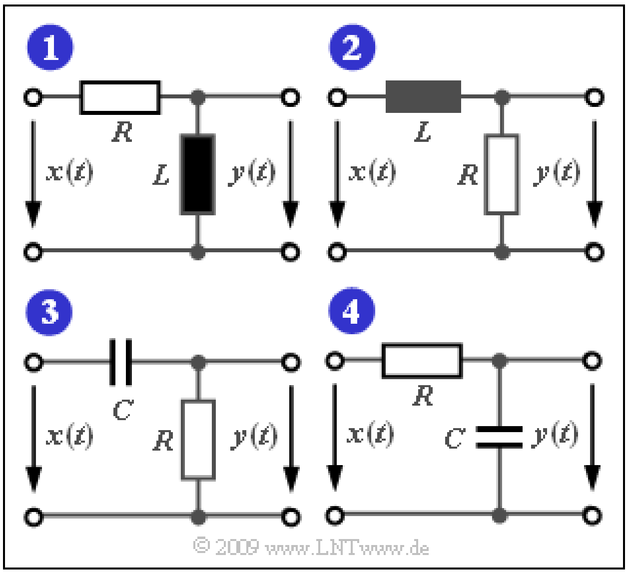
g) Wie kann man ohne Änderung der Nullstellen die Lage der Pole verändern?

- [ ] Änderung von R. L und C gleichbleibend.
- [ ] Änderung von L. R und C gleichbleibend.
- [ ] Änderung von C. L und R gleichbleibend.

h) Wie muss die Hilfsgröße A verändert werden (B gleichbleibend), damit eine doppelte Polstelle auftritt (aperiodischer Grenzfall)? Achtung: mit Einheit 1/µs.

$\boldsymbol{A}$ = 1/s

Z3.3: Hoch-/Tiefpässe in *p*–Form



Die Grafik zeigt einige einfache Filterkonfigurationen mit Tiefpass– bzw. Hochpasscharakteristik, die aus diskreten Bauelementen zusammengesetzt sind. Für die Bauelemente der Schaltungen 1 und 2 gelte:

$$R = 100\,\Omega\,,\;\; L = 10\,\mu\text{H}\,.$$

Die Vierpol–Schaltungen (1), ... , (4) sollen durch ihre p–Übertragungsfunktionen $H_\text{L}(p)$ charakterisiert werden. Daraus ergibt sich – bei dieser Aufgabe, nicht allgemein – der Frequenzgang entsprechend der Gleichung

$$H(f) = H_\text{L}(p)\Big|_{\,p\,=\,\text{j}\,2\pi f}\,.$$

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 3.2.**

Fragebogen zu "Z3.3: Hoch-/Tiefpässe in *p*–Form"

a) Welche Aussagen gelten für die p–Übertragungsfunktion eines Vierpols?

- [ ] Für einen Tiefpass erster Ordnung gilt: $H_{\rm TP}(p) = K/(p + p_{\rm x})$,
- [ ] Für einen Hochpass erster Ordnung gilt: $H_{\rm HP}(p) = K \cdot p/(p + p_{\rm x})$.

b) Wie lauten die Parameter K und $p_{\rm x}$ der Übertragungsfunktion von Vierpol (1)?

$\boldsymbol{K}$ =

$\boldsymbol{p_{\rm x}}$ = 1/s

c) Bei welcher Frequenz $f_{\rm G}$ ist die Leistungsübertragungsfunktion $|H(f)|^2$ gegenüber dem Maximalwert auf die Hälfte abgesunken?

$\boldsymbol{f_{\rm G}}$ = MHz

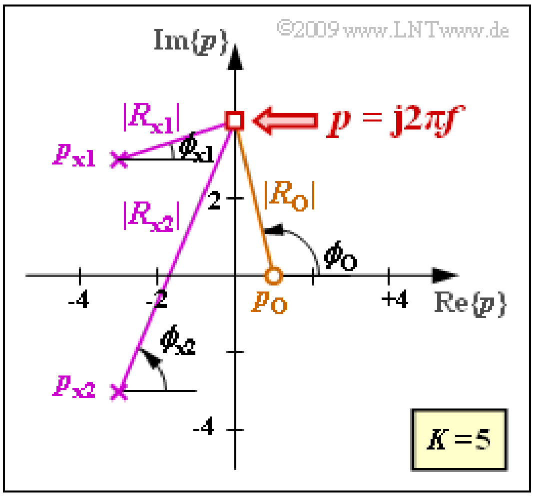
d) Welcher der beiden RC–Vierpole führt bei richtiger Wahl der Kapazität C zur gleichen Übertragungsfunktion wie Vierpol (1)?

- [ ] Vierpol (3),
- [ ] Vierpol (4).

e) Es gelte R = 100 Ω. Wie muss dabei C gewählt werden, damit der Pol $p_{\rm x}$ mit dem des Vierpols (1) übereinstimmt?

$\boldsymbol{C}$ = nF

A3.4: Dämpfungs- und Phasenverlauf



Wir gehen vom skizzierten Pol–Nullstellen–Diagramm aus, also von den Werten

$$K = 5, \quad Z = 1, \quad N = 2,$$
$$p_{\rm o} = 1, \quad p_{\rm x1} = -3 + 3{\rm j}, \quad p_{\rm x2} = -3 - 3{\rm j}\,.$$

Damit lautet die p–Übertragungsfunktion:

$$H_{\rm L}(p) = K \cdot \frac{p - p_{\rm o}}{(p - p_{\rm x1})(p - p_{\rm x2})}\,.$$

Mit der Substitution $p = {\rm j} \cdot 2\pi f$ lässt sich die herkömmliche Übertragungsfunktion angeben, die auch als Frequenzgang bezeichnet wird:

$$H(f) = H_{\rm L}(p)\Bigg|_{p\,=\,{\rm j}\,2\pi f} = {\rm e}^{-a(f)} \cdot {\rm e}^{-{\rm j}\cdot b(f)}\,.$$

Aus dieser Gleichung erkennt man auch den Zusammenhang zwischen $H(f)$, der Dämpfungsfunktion $a(f)$ und der Phasenfunktion $b(f)$. Für eine durch den Punkt $p = {\rm j}2\pi f$ indirekt vorgegebene Frequenz f kann man die entsprechenden Dämpfungs– und Phasenwerte wie folgt ermitteln:

$$a(f) \text{ in Np} = -\ln K + \ln|R_{\rm x1}| + \ln|R_{\rm x1}| - \ln|R_{\rm o}|\,,$$
$$b(f) \text{ in rad} = \phi_{\rm x1} + \phi_{\rm x2} - \phi_{\rm o}\,.$$

Die entsprechenden Beträge $|R_{\rm o}|$, $|R_{\rm x1}|$ und $|R_{\rm x2}|$ können Sie ebenso wie die Winkel ϕ_0, $\phi_{\rm x1}$ und $\phi_{\rm x2}$ der Grafik entnehmen.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 3.2.**

Fragebogen zu "A3.4: Dämpfungs- und Phasenverlauf"

a) Berechnen Sie $H(f)$. Wie groß ist dessen Betrag bei sehr großen Frequenzen?

$|H(f \to \infty)|$ =

b) Berechnen Sie den Betragsfrequenzgang und den Dämpfungswert für $f \to 0$.

$|H(f = 0)|$ =

$a(f = 0)$ = Np

c) Berechnen Sie gemäß der beschriebenen Vorgehensweise den Dämpfungswert bei $f = 4/(2\pi)$ in Neper (Np) und Dezibel (dB).

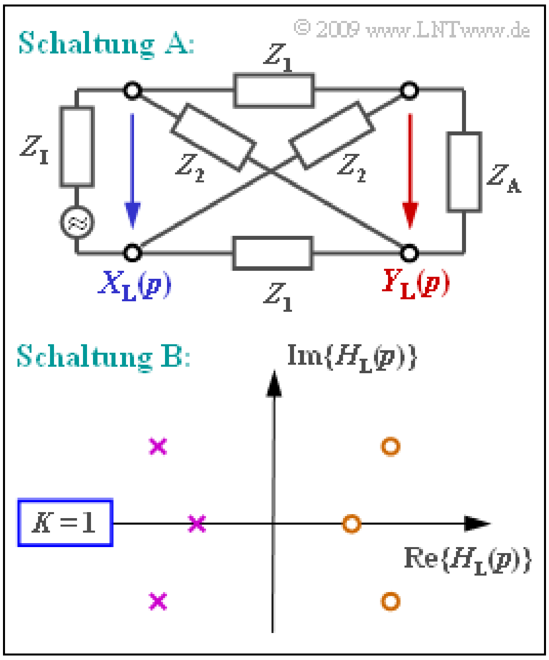
$a(f = 2/\pi)$ = Np

$a(f = 2/\pi)$ = dB

d) Berechnen Sie gemäß der beschriebenen Vorgehensweise den Phasenwert bei der Frequenz $f = 4/(2\pi)$.

$b(f = 2/\pi)$ = Grad

Z3.4: Verschiedene Allpässe



Wir gehen zunächst von einem Vierpol mit der folgenden Übertragungsfunktion aus:

$$H_L(p) = \frac{1 - p/A}{1 + p/A}.$$

Aus dieser soll der herkömmliche Fourier–Frequenzgang

$$H(f) = \mathrm{e}^{-a(f)} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j} \cdot b(f)}$$

ermittelt werden, der sich durch die Dämpfungsfunktion $a(f)$ und die Phasenfunktion $b(f)$ darstellen lässt.

Die obere Grafik zeigt eine so genannte Allpass–Schaltung, wobei der komplexe Widerstand Z_1 eine Induktivität und Z_2 eine Kapazität bezeichnet:

$$Z_1 = p \cdot L\,, \quad Z_2 = \frac{1}{p \cdot C}.$$

Bei reflexionsfreier Anpassung am Eingang und Ausgang mit

$$Z_I = Z_A = \sqrt{Z_1 \cdot Z_2} = \sqrt{L/C}$$

gilt für die p–Übertragungsfunktion der Schaltung **A** (siehe obere Grafik):

$$H_L(p) = \frac{Y_L(p)}{X_L(p)} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + 2 \cdot \sqrt{Z_1 \cdot Z_2} + Z_2}.$$

Die Schaltung **B** ist durch die p–Übertragungsfunktion festgelegt. Sie ist dadurch charakterisiert, dass alle Pole (in der linken p–Halbebene) spiegelbildlich zu den Nullstellen (in der rechten Halbebene) liegen.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 3.2.**

Fragebogen zu "Z3.4: Verschiedene Allpässe"

a) Geben Sie die Nullstelle p_o und den Pol p_x von $H_\text{L}(p) = (1 - p/A) / (1 + p/A)$ an. Wie groß ist der konstante Faktor K?

K =

p_o = $\cdot A$

p_x = $\cdot A$

b) Berechnen Sie die Dämpfungsfunktion $a(f)$. Welche Aussagen treffen zu?

- ☐ Die Dämpfungsfunktion $a(f)$ zeigt Tiefpassverhalten.
- ☐ Die Dämpfungsfunktion $a(f)$ ist konstant.
- ☐ Das obige Ergebnis gilt allgemein für $p_\text{x} = -p_\text{o}$.

c) Berechnen Sie den Phasenverlauf $b(f)$. Welche Phasenwerte ergeben sich für $2\pi f = A$, $2\pi f = 2A$ und $2\pi f \to \infty$?

$b(f = A/2\pi)$ = Grad

$b(f = A/\pi)$ = Grad

$b(f \to \infty)$ = Grad

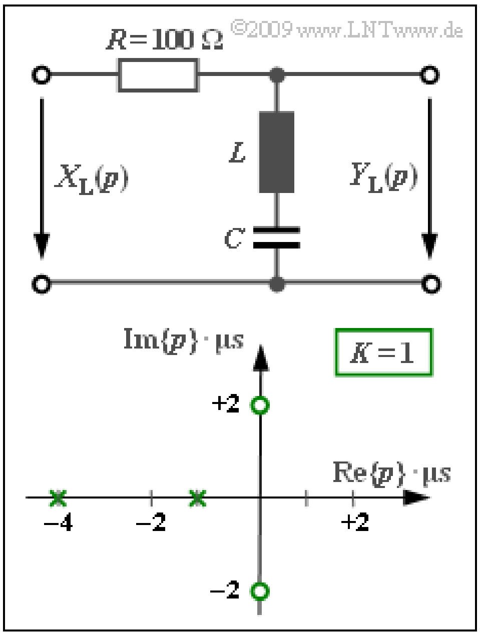
d) Berechnen Sie die p–Übertragungsfunktion von Schaltung **A**. Welche Aussagen lassen sich daraus ableiten?

- ☐ Die Dämpfung $a(f)$ ist konstant gleich 0 (Np).
- ☐ Die Phase $b(f)$ steigt linear mit der Frequenz f an.
- ☐ $b(f)$ ist die Hilbert–Transformierte von $a(f)$.

e) Welche Aussagen können aus dem Pol–Nullstellen–Diagramm von Schaltung **B** abgeleitet werden?

- ☐ Die Dämpfung $a(f)$ ist konstant.
- ☐ Die Phasenfunktion $b(f)$ hat bei $f = 0$ den Wert 0.

A3.5: Schaltung mit R, L und C



Wir betrachten einen Vierpol mit dem Widerstand $R = 100\ \Omega$ im Längszweig, während im Querzweig eine Induktivität L und eine Kapazität C in Serie geschaltet sind. Darunter gezeichnet ist das Pol–Nullstellen–Diagramm.

Beachten Sie die Normierung der komplexen Frequenz $p = \text{j}2\pi f$ auf den Wert $1/T$ mit $T = 1\ \mu\text{s}$. Dies hat zur Folge, dass zum Beispiel der Pol bei -1 in der Realität bei $-10^6 \cdot 1/\text{s}$ liegt.

Zur Berechnung von Zeitfunktionen kann man den Residuensatz anwenden. Bei N einfachen Polen setzt sich das Ausgangssignal $y(t)$ aus N Eigenschwingungen (den sog. *Residuen*) zusammen. Bei einem einfachen Pol bei p_{xi} gilt für das das Residuum:

$$\text{Res}\Big|_{p=p_{xi}} \{Y_L(p) \cdot e^{pt}\} = Y_L(p) \cdot (p - p_{xi}) \cdot e^{pt}\Big|_{p=p_{xi}} .$$

Dieser Ansatz funktioniert aber nur dann, wenn die Anzahl Z der Nullstellen kleiner ist als N, in dieser Aufgabe beispielsweise dann, wenn die Sprungantwort $y(t)$ berechnet wird. In diesem Fall ist $Z = 2$ und $N = 3$, da zusätzlich die Sprungantwort am Eingang durch $X_L(p) = 1/p$ berücksichtigt werden muss.

Für die Berechnung der Impulsantwort $h(t)$ funktioniert diese Vorgehensweise wegen $Z = N = 2$ nicht. Hier kann aber die Tatsache berücksichtigt werden, dass das Integral über die Impulsantwort $h(t)$ die Sprungantwort $y(t)$ ergibt.

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum Themenkomplex von **Kapitel 3.3.**

Fragebogen zu "A3.5: Schaltung mit *R*, *L* und *C*"

a) Welche Funktion hat dieser Vierpol? Handelt es sich um

- ☐ einen Tiefpass,
- ☐ einen Hochpass,
- ☐ einen Bandpass,
- ☐ eine Bandsperre?

b) Berechnen Sie L und C für die vorgegebene Pol–Nullstellen–Konfiguration. Berücksichtigen Sie den Normierungswert $1/T$ und den Widerstand $R = 100\ \Omega$.

$\boldsymbol{L}$ = μH

$\boldsymbol{C}$ = nF

c) Berechnen Sie das Ausgangssignal $y(t)$, wenn am Eingang eine Sprungfunktion $\sigma(t)$ anliegt. Geben Sie die folgenden Signalwerte ein:

$\boldsymbol{y(t = 0)}$ =

$\boldsymbol{y(t = 0.5\ \mu s)}$ =

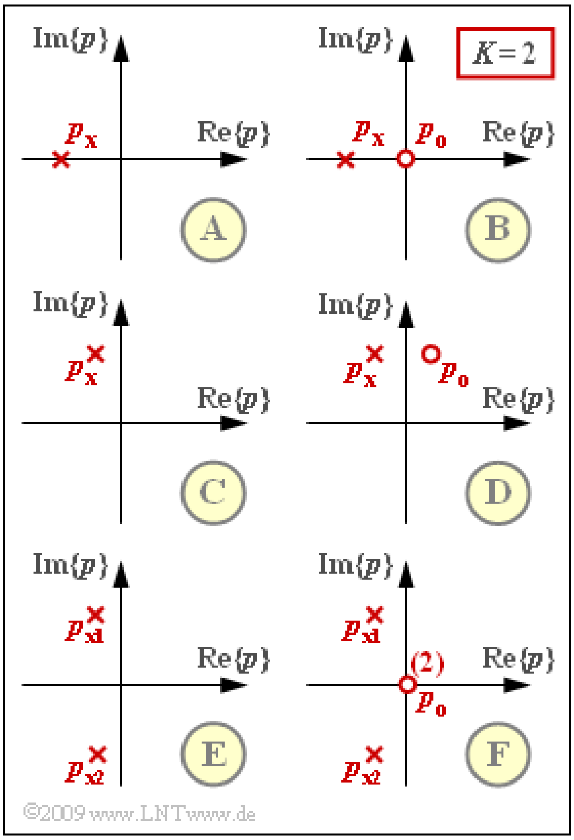
$\boldsymbol{y(t = 2\ \mu s)}$ =

$\boldsymbol{y(t = 5\ \mu s)}$ =

d) Berechnen Sie die Impulsantwort $h(t)$, insbesondere für die Zeitpunkte $t = 0$ und $t = 1\ \mu s$. Welche der folgenden Aussagen treffen zu?

- ☐ $h(t)$ beinhaltet eine Diracfunktion bei $t = 0$.
- ☐ Der kontinuierliche Anteil von $h(t)$ ist im gesamten Bereich negativ.
- ☐ Der kontinuierliche Anteil von $h(t)$ besitzt ein Maximum.

Z3.5: Anwendung des Residuensatzes



Die Spektralfunktion $Y_L(p)$ sei in Pol–Nullstellen–Form gegeben, gekennzeichnet durch Z Nullstellen p_{oi}, N Pole p_{xi} sowie die Konstante K. Betrachtet werden in dieser Aufgabe die in der Grafik dargestellten Konfigurationen, wobei stets $K = 2$ gilt.

Für den Fall, dass die Anzahl Z der Nullstellen kleiner als die Anzahl N der Pole ist, kann das zugehörige Zeitsignal $y(t)$ durch Anwendung des Residuensatzes direkt ermittelt werden. In diesem Fall gilt

$$y(t) = \sum_{i=1}^{I} \left\{ Y_L(p) \cdot (p - p_{xi}) \cdot e^{pt} \Big|_{p = p_{xi}} \right\},$$

wobei I die Anzahl der unterscheidbaren Pole angibt. Bei allen hier vorgegebenen Konstellationen gilt stets $I = N$.

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum **Kapitel 3.3.** Ist das Zeitsignal $y(t)$ komplex, so kann $Y_L(p)$ nicht als Schaltung realisiert werden. Die Anwendung des Residuensatzes ist aber auch in diesem Fall möglich.

Die komplexe Frequenz p, die Nullstellen p_{oi} sowie die Pole p_{xi} beschreiben in dieser Aufgabe jeweils normierte Größen ohne Einheit. Damit ist auch die Zeit t dimensionslos.

Fragebogen zu "Z3.5: Anwendung des Residuensatzes"

a) Bei welchen Konfigurationen lässt sich der Residuensatz nicht direkt anwenden?

- ☐ Konfiguration A,
- ☐ Konfiguration B,
- ☐ Konfiguration C,
- ☐ Konfiguration D,
- ☐ Konfiguration E,
- ☐ Konfiguration F.

b) Berechnen Sie $y(t)$ für die Konfiguration **A** mit K = 2 und p_x = –1. Welcher Zahlenwert ergibt sich für den Zeitpunkt t = 1?

Konfiguration A: Re{$\boldsymbol{y(t = 1)}$} =

Im{$\boldsymbol{y(t = 1)}$} =

c) Berechnen Sie $y(t)$ für die Konfiguration **C** mit K = 2 und p_x = –0.2 + j · 1.5π. Welcher Zahlenwert ergibt sich für den Zeitpunkt t = 1?

Konfiguration C: Re{$\boldsymbol{y(t = 1)}$} =

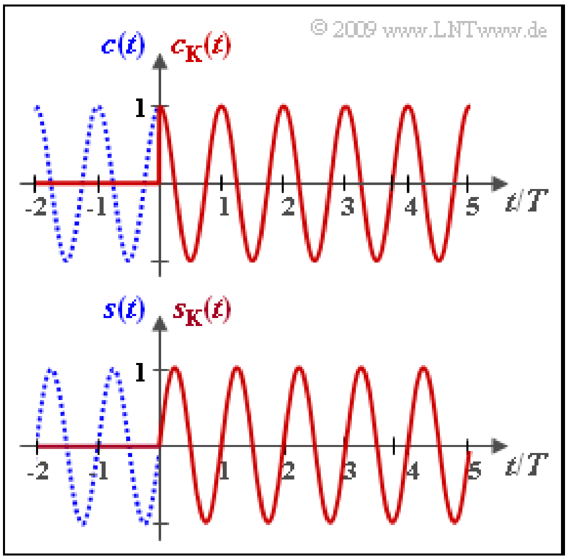
Im{$\boldsymbol{y(t = 1)}$} =

d) Welcher Signalwert $y(t = 1)$ ergibt sich bei der Konstellation **E** mit K = 2 und zwei Polstellen bei p_x = –0.2 ± j · 1.5π?

Konfiguration E: Re{$\boldsymbol{y(t = 1)}$} =

Im{$\boldsymbol{y(t = 1)}$} =

A3.6: Einschwingverhalten



Wir betrachten in dieser Aufgabe ein Cosinussignal mit der Amplitude 1 und der Periodendauer T = 1 µs, das für alle Zeiten t (im Bereich ±∞) definiert ist:

$$c(t) = \cos(2\pi \cdot \frac{t}{T}).$$

Dagegen beginnt das kausale Cosinussignal (rote Kurve) erst zum Einschaltzeitpunkt t = 0:

$$c_K(t) = \begin{cases} c(t) & \text{für} \quad t \geq 0, \\ 0 & \text{für} \quad t < 0. \end{cases}$$

Für das beidseitig unbegrenzte Signal $c(t)$ kann man nur das Fourierspektrum

$$C(f) = \frac{1}{2} \cdot \delta(f - f_0) + \frac{1}{2} \cdot \delta(f + f_0) \quad \text{mit} \quad f_0 = \frac{1}{T} = 1 \text{ MHz}$$

angeben. Dagegen ist für das kausale Cosinussignal $c_K(t)$ auch die Laplace–Transformierte angebbar:

$$C_L(p) = \frac{p}{(p - \text{j} \cdot 2\pi/T) \cdot (p + \text{j} \cdot 2\pi/T)}.$$

Entsprechend gilt für die Laplace–Transformierte der kausalen Sinusfunktion $s_K(t)$:

$$S_L(p) = \frac{2\pi/T}{(p - \text{j} \cdot 2\pi/T) \cdot (p + \text{j} \cdot 2\pi/T)}.$$

Die beidseitig unbegrenzte Sinusfunktion wird mit $s(t)$ bezeichnet und ist als blau–gepunktete Kurve im unteren Diagramm dargestellt.

Die Signale $c(t)$, $c_K(t)$, $s(t)$ und $s_K(t)$ werden nun an den Eingang eines Tiefpasses erster Ordnung mit der Übertragungsfunktion (bzw. der Impulsantwort)

$$H_L(p) = \frac{2/T}{p + 2/T} \quad \bullet\!\!\overset{\text{L}}{-\!\!-}\!\!\circ \quad h(t) = \frac{2}{T} \cdot \text{e}^{-2t/T}$$

angelegt. Die entsprechenden Ausgangssignale werden mit $y_C(t)$, $y_{CK}(t)$, $y_S(t)$ bzw. $y_{SK}(t)$ bezeichnet. Diese Signale sollen in dieser Aufgabe berechnet und zueinander in Bezug gesetzt werden.

Hinweis: Zur Berechnung der Signale $y_{CK}(t)$ und $y_{SK}(t)$ bietet sich zum Beispiel der Residuensatz an, der im **Kapitel 3.3** ausführlich beschrieben ist. Die Berechnungen zur Teilaufgabe f) sind umfangreich.

Fragebogen zu "A3.6: Einschwingverhalten"

a) Berechnen Sie aus $H_L(p)$ den Frequenzgang $H(f)$ nach Betrag und Phase. Welche Werte ergeben sich für die Frequenz $f_0 = 1/T = 1$ MHz?

$|H(f=f_0)|$ =

$a(f=f_0)$ = Np

arc $H(f=f_0)$ = Grad

$b(f=f_0)$ = Grad

b) Berechnen Sie das Signal $y_C(t)$ am Filterausgang, wenn am Eingang des Filters das Cosinussignal $c(t)$ anliegt. Welcher Wert ergibt sich für $t = 0$?

$y_C(t = 0)$ =

c) Berechnen Sie das Ausgangssignal $y_S(t)$, wenn am Eingang das Sinussignal $s(t)$ anliegt. Welcher Wert ergibt sich für $t = 0$?

$y_S(t = 0)$ =

d) Bestimmen Sie die Einflusslänge T_h der Filterimpulsantwort, also diejenige Zeit, bei der $h(t)$ auf 1% des Maximalwertes abgeklungen ist.

T_h/T =

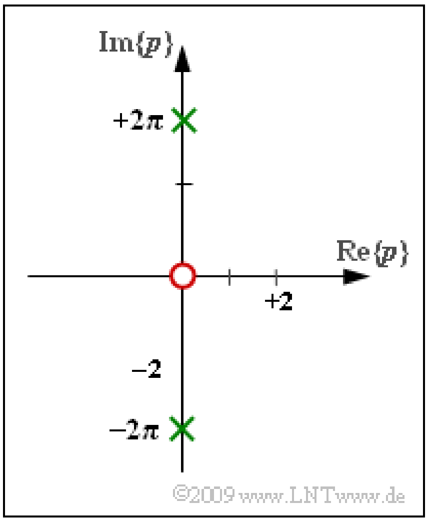
e) Welche Aussagen sind für die Signale $y_{CK}(t)$ und $y_{SK}(t)$ zutreffend?

- [ ] Es gilt $y_{CK}(t) = 0$ und $y_{SK}(t) = 0$ für $t < 0$.
- [ ] Das Signal $y_{CK}(t)$ ist für $t > T_h$ annähernd gleich $y_C(t)$.
- [ ] Das kausale Signal $y_{SK}(t)$ ist für $t < T_h$ annähernd gleich $y_S(t)$.

f) Berechnen Sie mittels Residuensatz das Signal $y_{CK}(t)$ nach dem Filter, wenn am Eingang $c_K(t)$ anliegt. Welcher Signalwert tritt zum Zeitpunkt $t = T/5$ auf?

$y_{CK}(t = T/5)$ =

Z3.6: Zwei imaginäre Pole



In dieser Aufgabe betrachten wir ein kausales Signal $x(t)$ mit der Laplace–Transformierten

$$X_{\rm L}(p) = \frac{p}{p^2 + 4\pi^2} = \frac{p}{(p - {\rm j} \cdot 2\pi)(p + {\rm j} \cdot 2\pi)}$$

entsprechend der Grafik (eine rote Nullstelle und zwei grüne Pole). Das Signal $y(t)$ besitze dagegen die Laplace–Spektralfunktion

$$Y_{\rm L}(p) = \frac{1}{p^2 + 4\pi^2}\,.$$

Die rote Nullstelle gehört somit nicht zu $Y_{\rm L}(p)$.

Abschließend wird noch das Signal $z(t)$ mit der Laplace–Transformierten

$$Z_{\rm L}(p) = \frac{p}{(p - {\rm j} \cdot \beta)(p + {\rm j} \cdot \beta)}$$

betrachtet, insbesondere der Grenzfall für $\beta \rightarrow 0$.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 3.3.** Die Frequenzvariable p ist so normiert, dass nach Anwendung des Residuensatzes die Zeit t in Mikrosekunden angegeben ist. Ein Ergebnis $t = 1$ ist somit als $t/T = 1$ mit $T = 1$ µs zu interpretieren. Der Residuensatz lautet am Beispiel der Funktion $X_{\rm L}(p)$ mit zwei einfachen Polstellen bei $\pm {\rm j}\beta$:

$$x(t) = X_{\rm L}(p) \cdot (p - {\rm j} \cdot \beta) \cdot {\rm e}^{pt} \Big|_{p = {\rm j}\beta} + X_{\rm L}(p) \cdot (p + {\rm j} \cdot \beta) \cdot {\rm e}^{pt} \Big|_{p = -{\rm j}\beta}\,.$$

Fragebogen zu "Z3.6: Zwei imaginäre Pole"

a) Berechnen Sie das Signal $x(t)$. Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- [ ] $x(t)$ ist ein kausales Cosinussignal.
- [ ] $x(t)$ ist ein kausales Sinussignal.
- [ ] Die Amplitude von $x(t)$ ist 1.
- [ ] Die Periodendauer von $x(t)$ ist $T = 1$ µs.

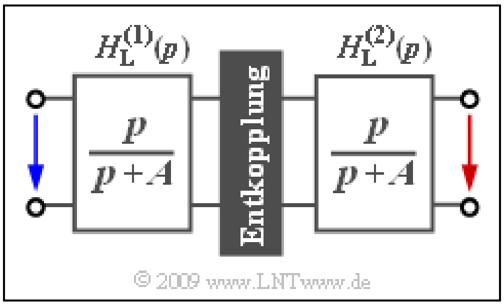
b) Berechnen Sie das Signal $y(t)$. Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- [ ] $y(t)$ ist ein kausales Cosinussignal.
- [ ] $y(t)$ ist ein kausales Sinussignal.
- [ ] Die Amplitude von $y(t)$ ist 1.
- [ ] Die Periodendauer von $y(t)$ ist $T = 1$ µs.

c) Welche Aussagen treffen für das Signal $z(t)$ zu?

- [ ] Für $\beta > 0$ verläuft $z(t)$ cosinusförmig.
- [ ] Für $\beta > 0$ verläuft $z(t)$ sinusförmig.
- [ ] Der Grenzfall $\beta \rightarrow 0$ führt zur Sprungfunktion.

A3.7: Hochpass–Impulsantwort



Wir gehen von der nebenstehend skizzierten Anordnung aus. Die Übertragungsfunktionen der beiden Hochpässe lauten:

$$H_{\rm L}^{(1)}(p) = H_{\rm L}^{(2)}(p) = \frac{p}{p+A}\,.$$

Da die Vierpole durch einen Trennverstärker widerstandsmäßig entkoppelt sind, lässt sich für die Gesamtübertragungsfunktion schreiben:

$$H_{\rm L}(p) = H_{\rm L}^{(1)}(p) \cdot H_{\rm L}^{(2)}(p)\,.$$

Gleichzeitig ist bekannt, dass folgende Gleichung gültig ist:

$$H_{\rm L}(p) = \frac{4}{1/p^2 + 4/p + 4}\,.$$

Stellt man diese Funktion in Pol–Nullstellen–Form dar, so wird sich herausstellen, dass hier die Anzahl der Nullstellen (Z) gleich der Anzahl der Pole (N) ist. Eine direkte Anwendung des Residuensatzes ist hier deshalb nicht möglich.

Um die Zeitfunktion $h(t)$ berechnen zu können, muss eine Partialbruchzerlegung entsprechend

$$H_{\rm L}(p) = 1 - H_{\rm L}{'}(p)$$

vorgenommen werden. Damit gilt für die Impulsantwort:

$$h(t) = \delta(t) - h{'}(t)\,.$$

Bezüglich $H_{\rm L}'(p)$ gilt $Z' < N'$. Somit kann der kontinuierliche Anteil $h'(t)$ der Impulsantwort wieder mit dem Residuensatz ermittelt werden.

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum **Kapitel 3.3.** Das Residium eines l–fachen Pols $p_{\rm x}$ innerhalb der Funktion $H_{\rm L}(p)$ lautet:

$${\rm Res}\bigg|_{p=p_{\rm x}} \{H_{\rm L}(p)\cdot {\rm e}^{pt}\} = \frac{1}{(l-1)!}\cdot \frac{{\rm d}^{\,l-1}}{{\rm d}p^{\,l-1}}\,\,\left\{H_{\rm L}(p)\cdot (p-p_{\rm x})^{\,l}\cdot {\rm e}^{p\,t}\right\}\bigg|_{p=p_{\rm x}}\,.$$

Die Ableitung des Produkts $y(x) = f(x) \cdot g(x)$ ist wie folgt gegeben:

$$\frac{{\rm d}\,y(x)}{{\rm d}x} = \frac{{\rm d}\,f(x)}{{\rm d}x}\cdot g(x) + \frac{{\rm d}g(x)}{{\rm d}x}\cdot f(x)\,.$$

Fragebogen zu "A3.7: Hochpass–Impulsantwort"

a) Stellen Sie $H_\mathrm{L}(p)$ in Pol–Nullstellen–Form dar. Wieviele Nullstellen (Z) und Pole (N) gibt es? Wie groß ist der konstante Faktor K?

$\boldsymbol{Z}$ =

$\boldsymbol{N}$ =

$\boldsymbol{K}$ =

b) Wie groß ist der Parameter A bei beiden Teilvierpolen?

$\boldsymbol{A}$ =

c) Wandeln Sie $H_\mathrm{L}(p)$ in $1 - H_\mathrm{L}'(p)$ um. Welches Ergebnis erhält man für $H_\mathrm{L}'(p)$?

- [ ] $H_\mathrm{L}'(p) = p^2/(p + 0.5)^2$,
- [ ] $H_\mathrm{L}'(p) = p/(p + 0.5)^2$,
- [ ] $H_\mathrm{L}'(p) = (p + 0.25)/(p + 0.5)^2$.

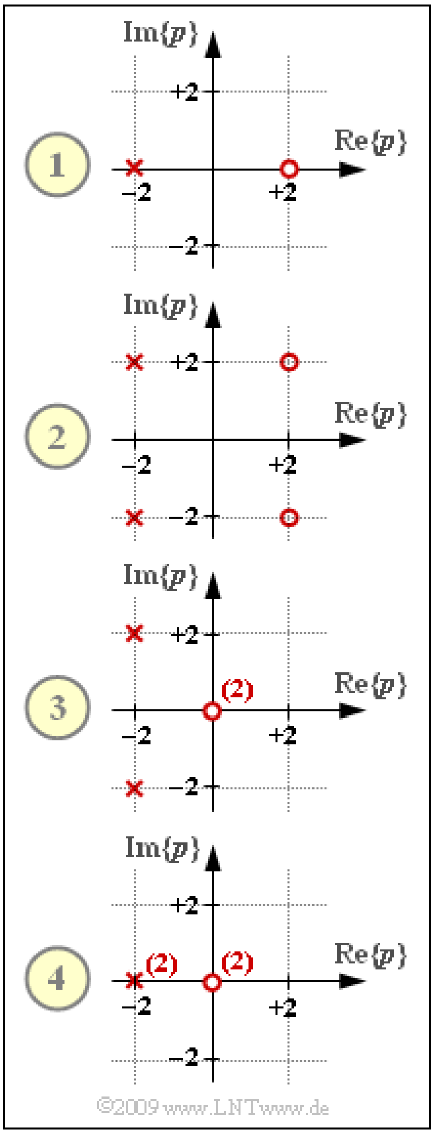
d) Berechnen Sie die Zeitfunktion $h'(t)$. Welche Zahlenwerte ergeben sich für die angegebenen Zeitpunkte?

$\boldsymbol{h't = 0)}$ =

$\boldsymbol{h'(t = 1)}$ =

$\boldsymbol{h'(t \to \infty)}$ =

Z3.7: Partialbruchzerlegung



In der Grafik sind durch ihre Pol–Nullstellen–Diagramme $H_L(p)$ vier verschiedene Vierpole gegeben. Sie alle haben gemein, dass die Anzahl Z der Nullstellen gleich der Anzahl N der Polstellen ist. Der konstante Faktor ist jeweils $K = 1$.

Im Sonderfall $Z = N$ kann zur Berechnung der Impulsantwort $h(t)$ der Residuensatz nicht direkt angewendet werden. Vielmehr muss vorher eine Partialbruchzerlegung entsprechend

$$H_{\rm L}(p) = 1 - H_{\rm L}'(p)$$

vorgenommen werden. Für die Impulsantwort gilt dann

$$h(t) = \delta(t) - h'(t)\,,$$

wobei $h'(t)$ die Laplace–Transformierte von $H_L'(p)$ angibt, bei der die Bedingung $Z' < N'$ erfüllt ist.

Bei zwei der vier angegebenen Konfigurationen handelt es sich um so genannte *Allpässe*. Darunter versteht man Vierpole, bei denen die Fourier–Spektralfunktion die Bedingung $|H(f)| = 1 \Rightarrow a(f) = 0$ erfüllt. In der **Aufgabe Z3.4** ist angegeben, wie die Pole und Nullstelle eines solchen Allpasses angeordnet sein müssen.

Weiterhin soll in dieser Aufgabe die p–Übertragungsfunktion

$$H_{\rm L}^{(5)}(p) = \frac{p/A}{\left(\sqrt{p/A} + \sqrt{A/p}\right)^2}$$

näher untersucht werden, die bei richtiger Wahl des Parameters A durch eines der vier in der Grafik vorgegebenen Pol–Nullstellen–Diagramme dargestellt werden kann.

Hinweis: Die Aufgabe gehört zum Themengebiet von **Kapitel 3.3.**

Fragebogen zu "Z3.7: Partialbruchzerlegung"

a) Bei welchen der skizzierten Vierpole handelt es sich um Allpässe?

- ☐ Konfiguration (1),
- ☐ Konfiguration (2),
- ☐ Konfiguration (3),
- ☐ Konfiguration (4).

b) Welcher Vierpol hat die Übertragungsfunktion $H_L^{(5)}(p)$?

- ☐ Konfiguration (1),
- ☐ Konfiguration (2),
- ☐ Konfiguration (3),
- ☐ Konfiguration (4).

c) Berechnen Sie die Funktion $H_L'(p)$ nach einer Partialbruchzerlegung für die Konfiguration (1). Geben Sie den Funktionswert für $p = 0$ ein.

Diagramm (1): $\boldsymbol{H_L'(p = 0)}$ =

d) Berechnen Sie $H_L'(p)$ für Konfiguration (2). Welche Aussagen treffen hier zu?

- ☐ $H_L'(p)$ besitzt die gleichen Nullstellen wie $H_L(p)$.
- ☐ $H_L'(p)$ besitzt die gleichen Polstellen wie $H_L(p)$.
- ☐ Der konstante Faktor von $H_L'(p)$ ist $K' = 8$.

e) Berechnen Sie $H_L'(p)$ für Konfiguration (3). Welche Aussagen treffen hier zu?

- ☐ $H_L'(p)$ besitzt die gleichen Nullstellen wie $H_L(p)$.
- ☐ $H_L'(p)$ besitzt die gleichen Polstellen wie $H_L(p)$.
- ☐ Der konstante Faktor von $H_L'(p)$ ist $K' = 8$.

f) Berechnen Sie $H_L'(p)$ für Konfiguration (4). Welche Aussagen treffen hier zu?

- ☐ $H_L'(p)$ besitzt die gleichen Nullstellen wie $H_L(p)$.
- ☐ $H_L'(p)$ besitzt die gleichen Polstellen wie $H_L(p)$.
- ☐ Der konstante Faktor von $H_L'(p)$ ist $K' = 8$.