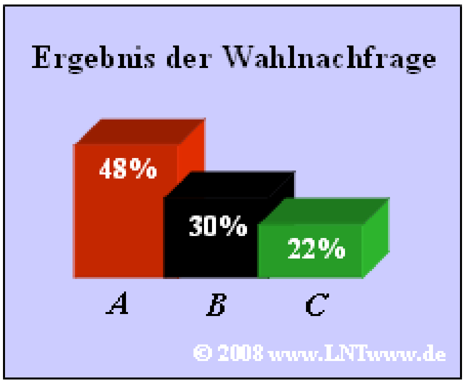
A2.1: Wahlnachfrage



Zu einer Bürgermeisterwahl treten die drei Kandidaten A, B und C an. Gewählt ist derjenige Kandidat, der mehr als 50% der abgegebenen Stimmen erhält. Gelingt dies im ersten Wahlgang keinem der drei Bewerber, so kommt es zwischen den beiden Kandidaten mit den meisten Stimmen zu einer Stichwahl.

Direkt nach Schließung der Wahllokale wird das Ergebnis einer Wahlnachfrage vorgelegt:

$$\text{Kandidat } A\text{: } 48\%, \text{ Kandidat } B\text{: } 30\%, \text{ Kandidat } C\text{: } 22\%.$$

Diese Nachfrage basiert auf einer Umfrage unter lediglich N = 2000 der insgesamt $N\,'$ = 800.000 Wählerinnen und Wähler. Gehen Sie bei der Beantwortung der nachfolgenden Fragen von folgenden Voraussetzungen aus:

- Die bei der Wahl von den Kandidaten A, B und C tatsächlich erzielten Stimmen können als die Wahrscheinlichkeiten $p_{\rm A}$, $p_{\rm B}$ und $p_{\rm C}$ aufgefasst werden, obwohl auch diese selbst als relative Häufigkeiten (bezogen auf $N\,'$) ermittelt werden.
- Die 2000 ausgewählten Wähler repräsentieren die gesamte Wählerschaft im statistischen Sinne ideal und haben bei der Wahlnachfrage wahrheitsgemäß geantwortet.
- Nach dem *Bernoullischen Gesetz der großen Zahlen* sollen die Ergebnisse dieser Nachfrage als relative Häufigkeiten aufgefasst werden: $h_{\rm A} = 0.48$, $h_{\rm B} = 0.3$, $h_{\rm C} = 0.22$.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf das **Kapitel 2.1.** Diese Thematik ist in dem folgenden Lernvideo zusammengefasst:

Bernoullisches Gesetz der großen Zahlen (Dauer 4:25).

Fragebogen zu "A2.1: Wahlnachfrage"

a) Wen erwarten Sie nach dieser Nachfrage als zukünftigen Bürgermeister?

- [ ] Kandidat A
- [ ] Kandidat B
- [ ] Kandidat C

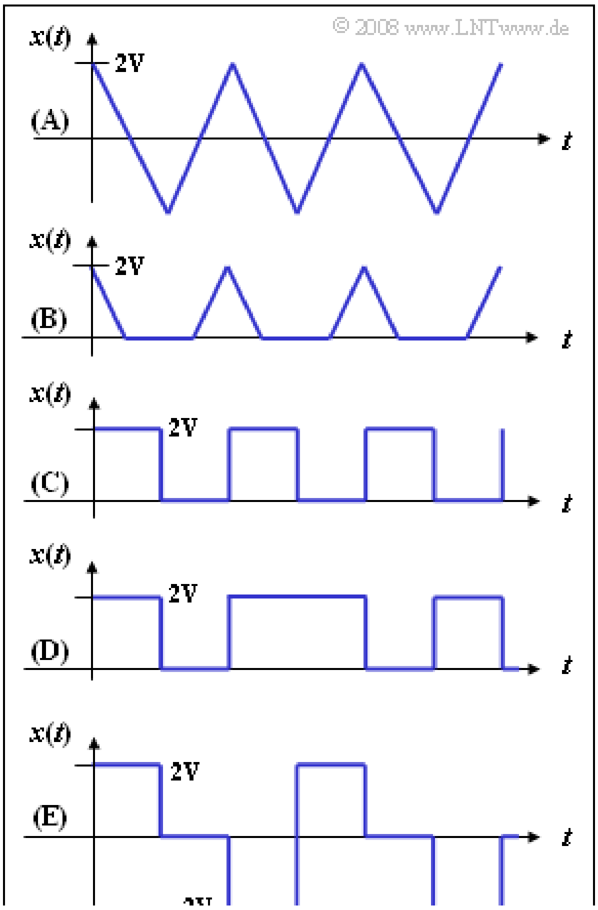
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass keine Stichwahl erforderlich sein wird? Geben Sie hierfür die obere Schranke an.

Maximum: Pr(keine Stichwahl) =

c) Wir setzen nun voraus, dass der Kandidat A tatsächlich genau 48% der Stimmen erhält. Wie groß ist damit höchstens die Wahrscheinlichkeit, dass Kandidat C die Stichwahl erreicht?

Maximum: Pr(C in Stichwahl) =

Z2.1: Signalverläufe



Rechts sind fünf Signalverläufe dargestellt. Die ersten drei Signale (A), (B) und (C) sind periodisch und damit auch deterministisch, die beiden unteren Signale haben stochastischen Charakter. Im Einzelnen sind dargestellt:

(A) ein dreieckförmiges periodisches Signal,

(B) das Signal (A) nach Einweggleichrichtung,

(C) ein rechteckförmiges periodisches Signal,

(D) ein rechteckförmiges Zufallssignal,

(E) das Zufallssignal (D) nach AMI-Codierung; hierbei bleibt die „Null" erhalten, während eine jede „Eins" alternierend mit +2V und –2V codiert wird.

Der Momentanwert dieser Signale $x(t)$ wird jeweils als eine Zufallsgröße aufgefasst.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf **Kapitel 2.1.**

Fragebogen zu "Z2.1: Signalverläufe"

a) Bei welchen Signalen beschreibt der Momentanwert eine diskrete Zufallsgröße? Überlegen Sie sich auch die jeweilige Stufenzahl *M*.

- [ ] Signal (A)
- [ ] Signal (B)
- [ ] Signal (C)
- [ ] Signal (D)
- [ ] Signal (E)

b) Bei welchen Signalen ist der Momentanwert eine (ausschließlich) kontinuierliche Zufallsgröße?

- [ ] Signal (A)
- [ ] Signal (B)
- [ ] Signal (C)
- [ ] Signal (D)
- [ ] Signal (E)

c) Welche Zufallsgrößen besitzen einen diskreten und einen kontinuierlichen Anteil?

- [ ] Signal (A)
- [ ] Signal (B)
- [ ] Signal (C)
- [ ] Signal (D)
- [ ] Signal (E)

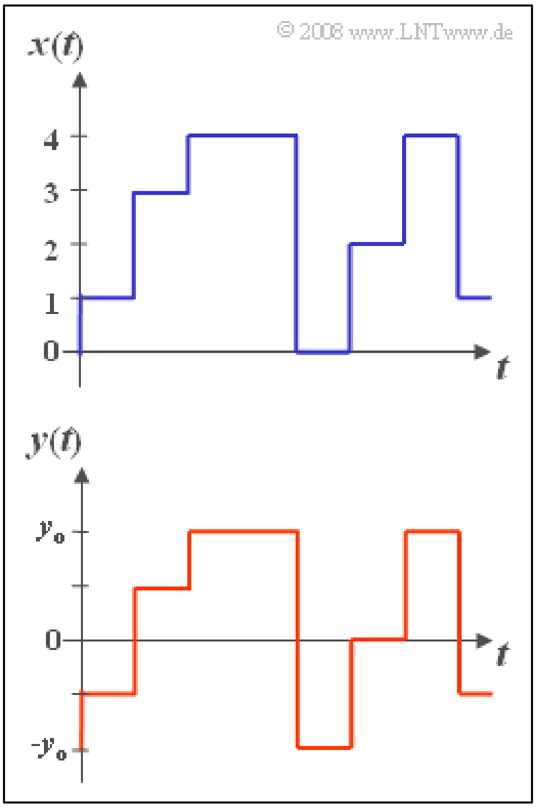
d) Für das Signal (D) wird die relative Häufigkeit h_0 empirisch über 100000 Binärsymbole ermittelt. Benennen Sie eine untere Schranke für die Wahrscheinlichkeit, dass der ermittelte Wert zwischen 0.49 und 0.51 liegt?

$$\mathbf{Min[\ Pr(0.49 \le \mathit{h}_0 \le 0.51)\ ]} \ =$$

e) Wieviele Symbole müsste man für diese Untersuchung heranziehen, damit sichergestellt wird, dass die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „Die so ermittelte Häufigkeit liegt zwischen 0.499 und 0.501” größer als 99% ist?

$$\boldsymbol{N}_{\mathbf{min}} \ =$$

A2.2: Mehrstufensignale



Das rechteckförmige Signal $x(t)$ sei dimensionslos und kann nur die Momentanwerte 0, 1, 2, ... , M–2, M–1 mit gleicher Wahrscheinlichkeit annehmen. Die obere Grafik zeigt dieses Signal für den Sonderfall $M = 5$.

Auch das Signal $y(t)$ sei M-stufig, aber mittelwertfrei und auf den Wertebereich von $-y_0$ bis $+y_0$ beschränkt. In der unteren Grafik sehen Sie das Signal $y(t)$, wiederum für die Stufenzahl $M = 5$. Setzen Sie für numerische Berechnungen $y_0 = 2$ V.

Die Zufallsgrößen x und y bezeichnen nachfolgend die jeweiligen Momentanwerte der Zufallssignale.

Hinweis: Diese Aufgabe bezieht sich auf **Kapitel 2.2.** Eine Zusammenfassung bietet das folgende Lernvideo:
Bedeutung und Berechnung der Momente bei diskreten Zufallsgrößen (Dauer: 6:30)

Fragebogen zu "A2.2: Mehrstufensignale"

a) Wie groß ist der lineare Mittelwert der Zufallsgröße x für $M = 5$?

$\boldsymbol{M = 5}$: $\boldsymbol{m_x}$ =

b) Wie groß ist die Varianz der Zufallsgröße x allgemein und für $M = 5$?

$\boldsymbol{M = 5}$: $\boldsymbol{\sigma_x}^2$ =

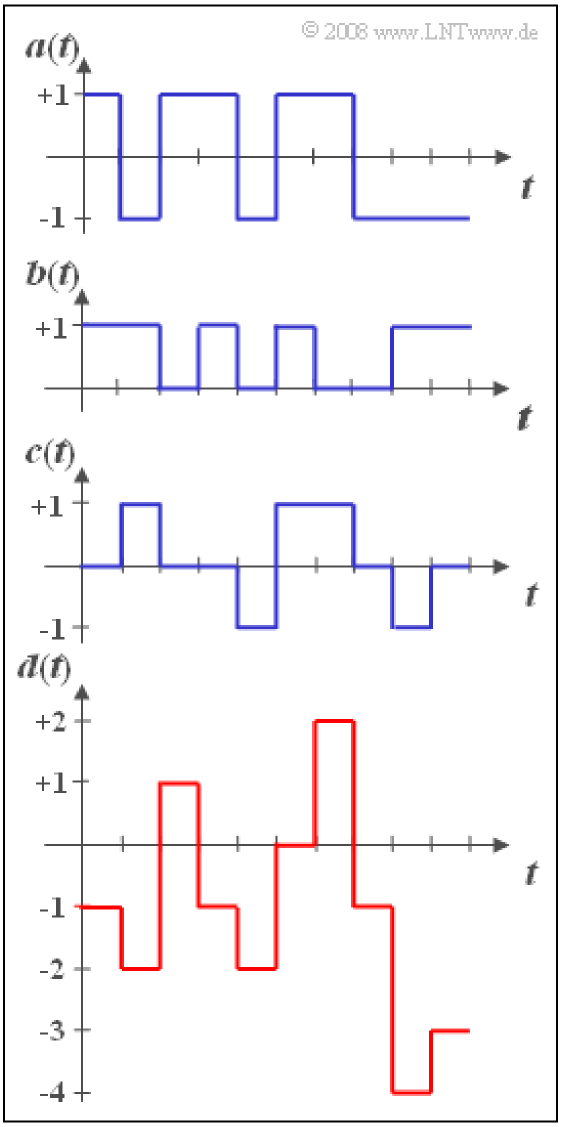
c) Berechnen Sie den Mittelwert m_y der Zufallsgröße y für $M = 5$.

$\boldsymbol{M = 5}$: $\boldsymbol{m_y}$ = V

d) Geben Sie die Varianz σ_y^2 der Zufallsgröße y an. Berücksichtigen Sie dabei das Ergebnis aus (b). Welcher Wert ergibt sich wiederum für $M = 5$?

$\boldsymbol{M = 5}$: $\boldsymbol{\sigma_y}^2$ = V^2

Z2.2: Diskrete Zufallsgrößen



Gegeben seien drei diskrete Zufallsgrößen a, b und c, die als die Momentanwerte der dargestellten Signale definiert seien. Diese besitzen folgende Eigenschaften:

- Die Zufallsgröße a kann die Werte +1 und –1 mit gleicher Wahrscheinlichkeit annehmen.
- Auch die Zufallsgröße b ist zweipunktverteilt, aber mit $\Pr(b = 1) = p$ und $\Pr(b = 0) = 1 - p$.
- Die Wahrscheinlichkeiten der Größe c seien $\Pr(c = 0) = 1/2$, $\Pr(c = +1) = \Pr(c = -1) = 1/4$.
- Zwischen diesen drei Zufallsgrößen bestehen keine statistischen Abhängigkeiten.

Aus den Zufallsgrößen a, b und c wird eine weitere Zufallsvariable d gebildet:

$$d = a - 2b + c.$$

Die Grafik zeigt Ausschnitte dieser vier Zufallsgrößen. Es ist zu erkennen, dass d alle ganzzahligen Werte zwischen –4 und +2 annehmen kann.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf **Kapitel 2.2.** Eine Zusammenfassung bietet das folgende Lernvideo:
Bedeutung und Berechnung der Momente bei diskreten Zufallsgrößen (Dauer 6:30)

Fragebogen zu "Z2.2: Diskrete Zufallsgrößen"

a) Wie groß ist die Streuung der Zufallsgröße a?

$\boldsymbol{\sigma_a}$ =

b) Wie groß ist die Streuung der Zufallsgröße b? Setzen Sie p = 0.25.

$\boldsymbol{p = 0.25}$: $\boldsymbol{\sigma_b}$ =

c) Wie groß ist die Streuung der Zufallsgröße c?

$\boldsymbol{\sigma_c}$ =

d) Berechnen Sie den Mittelwert m_d der Zufallsgröße für p = 0.25.

$\boldsymbol{p = 0.25}$: $\boldsymbol{m_d}$ =

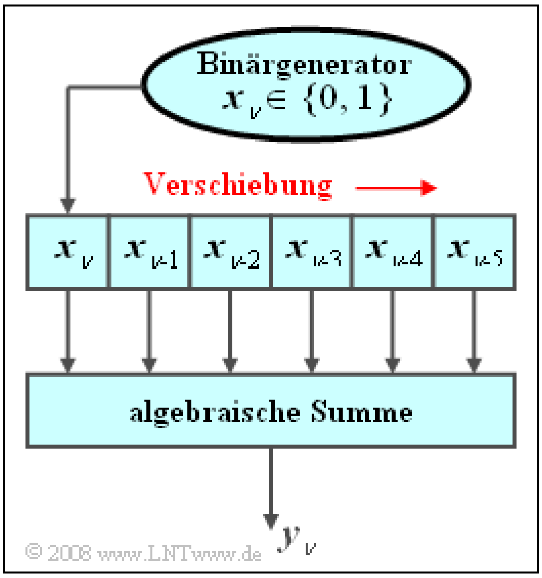
e) Wie groß ist der quadratische Mittelwert m_{2d} dieser Zufallsgröße.

$\boldsymbol{p = 0.25}$: $\boldsymbol{m_{2d}}$ =

f) Wie groß ist die Streuung σ_d?

$\boldsymbol{p = 0.25}$: $\boldsymbol{\sigma_d}$ =

A2.3: Summe von Binärzahlen



Ein Zufallsgenerator gibt zu jedem Taktzeitpunkt (ν) eine binäre Zufallszahl x_ν ab, die 0 oder 1 sein kann. Der Wert „1" tritt mit Wahrscheinlichkeit p = 0.25 auf; die einzelnen Werte x_ν seien statistisch voneinander unabhängig.

Die Binärzahlen werden in ein Schieberegister mit I = 6 Speicherzellen abgelegt. Zu jedem Taktzeitpunkt wird der Inhalt dieses Schieberegisters um eine Stelle nach rechts verschoben und jeweils die algebraische Summe y_ν der Schieberegisterinhalte gebildet:

$$y_\nu = \sum_{i=0}^{5} x_{\nu-i} = x_\nu + x_{\nu-1} + \ldots + x_{\nu-5}.$$

Hinweis: Diese Aufgabe bezieht sich auf den gesamten Lehrstoff von **Kapitel 2.3.** Zur Kontrolle Ihrer Ergebnisse können Sie folgendes Berechnungsmodul benutzen:

Ereigniswahrscheinlichkeiten der Binomialverteilung

Fragebogen zu "A2.3: Summe von Binärzahlen"

a) Welche Werte kann y annehmen? Was ist der größtmögliche Wert?

$y_{\max}$ =

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass y größer als 2 ist.

$\Pr(y > 2)$ =

c) Wie groß ist der Mittelwert der Zufallsgröße y?

m_y =

d) Ermitteln Sie die Streuung der Zufallsgröße y.

σ_y =

e) Sind die Zufallszahlen y_ν unabhängig? Begründen Sie Ihr Ergebnis.

- Die Zufallszahlen sind statistisch unabhängig.
- Die Zufallszahlen sind statistisch abhängig.

f) Wie groß ist die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass y_ν wieder gleich μ ist, wenn vorher $y_{\nu-1} = \mu$ aufgetreten ist? (μ = 0,1, ... , I).

$\Pr(y_\nu = \mu \,|\, y_{\nu-1} = \mu)$ =

A2.4: Zahlenlotto (6 aus 49)

Beim Zahlenlotto werden aus den 49 Zahlen (Kugeln) in einer Trommel sechs Gewinnzahlen gezogen („6 aus 49"), danach als siebente Kugel die sogenannte Zusatzzahl (Z). Unabhängig davon wird noch eine Superzahl $S \in \{0, 1, ... , 9\}$ per Zufall ausgewählt. Stimmt diese mit der Endziffer des Lottoscheins überein, so wird der Hauptgewinn entscheidend vergrößert.

In dieser Aufgabe werden die folgenden Gewinnklassen betrachtet:

- 6 Richtige mit Superzahl
- 6 Richtige ohne Superzahl
- 5 Richtige mit Zusatzzahl
- 5 Richtige ohne Zusatzzahl
- 4 Richtige
- 3 Richtige

Gehen Sie für die Teilaufgaben a) bis f) von dem im oberen Bild dargestellten Lottoschein aus; der Spieler hat hier die Zahlen „1" bis „6" angekreuzt.

Hinweis: Diese Aufgabe bezieht sich auf den Lehrstoff von **Kapitel 2.3.** Es kann durchaus sein, dass die Spielregeln beim Lotto inzwischen geändert wurden.

Fragebogen zu "A2.4: Zahlenlotto (6 aus 49)"

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für „6 Richtige“?

Pr(6 Richtige) =

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für „6 Richtige und Superzahl"?

Pr(6R + S) =

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für „5 Richtige mit Zusatzzahl”?

Pr(5R + Z) =

d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für 5 Richtige ohne Zusatzzahl?

Pr(5 Richtige) =

e) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für „4 Richtige”? Wie lautet das Ergebnis allgemein für „k richtige Zahlen beim m–aus–n–Lotto”?

Pr(4 Richtige) =

f) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für „3 Richtige”?

Pr(3 Richtige) =

g) Betrachten Sie die Gewinnaussichten für den unteren Lottoschein mit den Zahlen 3, 8, 9, 19, 21, 46. Welche der Aussagen sind zutreffend?

- [ ] Die bisher berechneten Wahrscheinlichkeiten gelten weiter.
- [ ] Er würde bei „6 Richtigen” sehr wahrscheinlich eine größere Gewinnsumme erhalten als mit dem Tipp „123456”.

A2.5: „Binomial” oder „Poisson”?

Betrachtet werden zwei diskrete Zufallsgrößen z_1 und z_2, die alle ganzzahligen Werte zwischen 0 und 5 (einschließlich dieser Grenzen) annehmen können. Die Wahrscheinlichkeiten dieser Zufallsgrößen sind in nebenstehender Tabelle angegeben. Eine der beiden Zufallsgrößen ist allerdings nicht auf den angegebenen Wertebereich begrenzt.

	z_1	z_2
m_1	2.000	2.000
σ	1.414	1.095
Pr(0)	0.135	0.078
Pr(1)	0.271	0.259
Pr(2)	0.271	0.346
Pr(3)	0.181	0.230
Pr(4)	0.090	0.077
Pr(5)	0.036	0.010

Weiterhin ist bekannt, dass

- eine der Größen binomialverteilt ist, und
- die andere eine Poissonverteilung beschreibt.

Nicht bekannt ist, welche der beiden Zufallsgrößen z_1 und z_2 welcher Verteilung folgt.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf die Lehrinhalte von **Kapitel 2.3** und **Kapitel 2.4.**

Fragebogen zu "A2.5: „Binomial” oder „Poisson”?"

a) Ermitteln Sie aus den Wahrscheinlichkeiten, den Mittelwerten und den Streuungen, ob z_1 oder z_2 poissonverteilt ist.

- ☐ z_1 ist poissonverteilt und z_2 ist binomialverteilt.
- ☐ z_1 ist binomialverteilt und z_2 ist poissonverteilt.

b) Welche Rate λ weist die Poissonverteilung auf?

$\boldsymbol{\lambda}$ =

c) Die Werte der Poissonverteilung sind nicht auf 0....5 begrenzt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die unter a) ermittelte Größe gleich „6“ ist?

Pr(6) =

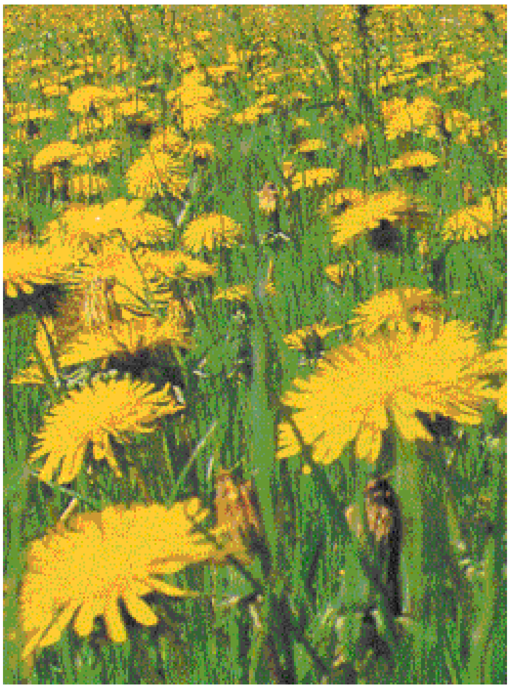
d) Betrachten Sie nun die Binomialverteilung. Berechnen Sie aus deren Mittelwert und Streuung die charakteristische Wahrscheinlichkeit p.

$\boldsymbol{p}$ =

e) Wie groß ist damit der Parameter I der Binomialverteilung? Überprüfen Sie Ihr Ergebnis anhand der Wahrscheinlichkeit Pr(0).

$\boldsymbol{I}$ =

Z2.5: Blumenwiese



Ein Bauer freut sich über die Blütenpracht auf seinem Grund und möchte wissen, wie viele Löwenzahn gerade auf seiner Wiese blühen. Er weiß, dass die Wiese eine Fläche von 5000 Quadratmeter hat und außerdem weiß er noch von der Landwirtschaftsschule, dass die Anzahl der Blumen in einem kleinen Gebiet stets *poissonverteilt* ist. Er steckt über der gesamten Wiese – zufällig verteilt – zehn Quadrate mit einer jeweiligen Kantenlänge von 25 cm ab und zählt in jedem dieser Quadrate die Blumen. Dabei kommt er zu folgendem Ergebnis:

$$3, 4, 1, 5, 0, 3, 2, 4, 2, 6.$$

Betrachten Sie diese Zahlenwerte als zufällige Ergebnisse der diskreten Zufallsgröße z.

Es ist offensichtlich, dass die Stichprobenmenge mit 10 sehr klein ist, aber – soviel sei verraten – der Bauer hat Glück. Überlegen Sie sich zunächst, wie Sie zur Lösung dieser Aufgabe vorgehen würden, und beantworten Sie dann die nachfolgenden Fragen.

Hinweis: Diese Aufgabe bezieht sich auf den Lehrstoff von **Kapitel 2.2** und **Kapitel 2.4.**

Fragebogen zu "Z2.5: Blumenwiese"

a) Ermitteln Sie den Mittelwert von z, das heißt die mittlere Anzahl der in den zehn Quadraten abgezählten Blumen.

m_z =

b) Bestimmen Sie die Streuung der Zufallsgröße z.

σ_z =

c) Welche der nachfolgenden Aussagen sind zutreffend?

- ☐ Eigentlich müsste man deutlich mehr als zehn Zufallszahlen (Quadrate) zur Momentenberechnung heranziehen.
- ☐ Die Zufallsgröße z ist tatsächlich poissonverteilt.
- ☐ Die Rate λ der Poissonverteilung ist gleich der Streuung σ_z.
- ☐ Die Rate λ der Poissonverteilung ist gleich dem Mittelwert m_z.

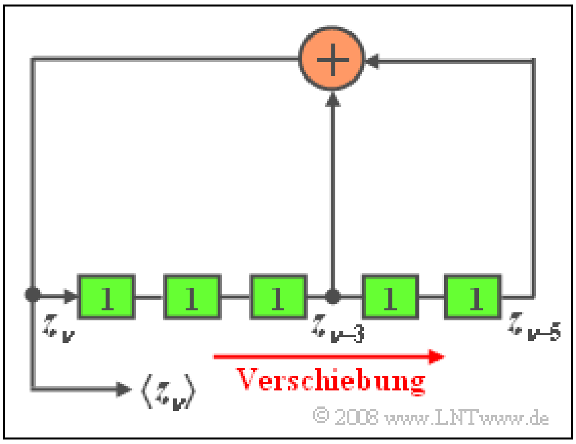
d) Sagen Sie die Gesamtzahl B aller Blumen auf der Wiese voraus.

B =

e) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für ein Quadrat ganz ohne Blumen?

$\Pr(z = 0)$ =

A2.6: PN-Generator der Länge 5



In der Grafik sehen Sie einen Pseudozufallsgenerator der Länge L = 5, der zur Erzeugung einer Binärfolge $\langle z_\nu \rangle$ eingesetzt werden soll.

Zum Startzeitpunkt seien alle Speicherzellen mit Einsen vorbelegt. Zu jedem Taktzeitpunkt wird der Inhalt des Schieberegisters um eine Stelle nach rechts verschoben und der aktuell erzeugte Binärwert z_ν (0 oder 1) in die erste Speicherzelle eingetragen. Hierbei ergibt sich z_ν aus der Modulo-2-Addition zwischen $z_{\nu-3}$ und $z_{\nu-5}$.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf Lehrstoff von **Kapitel 2.5.** Wir möchten Sie gerne auch auf das folgende Lernvideo hinweisen:
Verdeutlichung der PN-Generatoren am Beispiel L = 4 (Dauer 5:08)

Fragebogen zu "A2.6: PN-Generator der Länge 5"

a) Wie lautet das Generatorpolynom $G(D)$ des dargestellten PN–Generators?

- ☐ $D^5 + D^2 + 1$.
- ☐ $D^5 + D^3 + 1$.
- ☐ $D^4 + D^2 + D^1$.

b) Welche Oktalkennung O_G hat dieser PN–Generator?

$\boldsymbol{O_G}$ = (oktal)

c) Gehen Sie davon aus, dass das Generatorpolynom $G(D)$ primitiv ist. Ist die Ausgangsfolge $\langle z_\nu \rangle$ eine M-Sequenz? Wie groß ist deren Periodendauer P?

$\boldsymbol{P}$ =

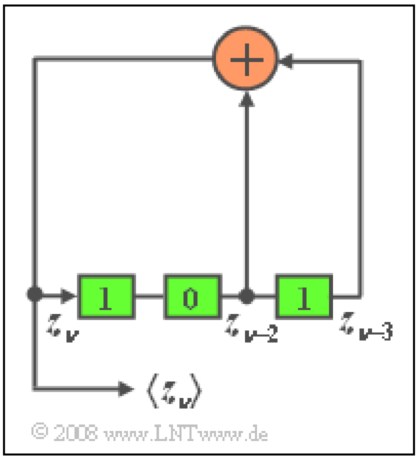
d) Welche Oktalkennung O_R beschreibt das reziproke Polynom $G_R(D)$?

$\boldsymbol{O_R}$ = (oktal)

e) Welche Aussagen gelten für die Konfiguration mit dem Polynom $G_R(D)$?

- ☐ Es handelt sich ebenfalls um eine Folge maximaler Länge.
- ☐ Die Ausgangsfolge von $G_R(D)$ ist die gleiche wie mit $G(D)$.
- ☐ $G_R(D)$– und $G(D)$–Ausgangsfolgen sind zueinander invers.
- ☐ Beide Folgen zeigen gleiche statistische Eigenschaften.
- ☐ Bei $G_R(D)$ können alle Speicher mit Nullen vorbelegt sein.

Z2.6: PN-Generator der Länge 3



Nebenstehende Skizze zeigt einen PN–Generator der Länge L = 3 mit dem Generatorpolynom

$$G(D) = D^3 + D^2 + 1$$

und somit der Oktalkennung $(g_3\, g_2\, g_1\, g_0) = (1101)_{\rm bin} = (15)_{\rm oct}$. Das zugehörige reziproke Polynom

$$G_{\rm R}(D) = D^3(D^{-3} + D^{-2} + 1) = D^3 + D^1 + 1$$

hat die Oktalkennung $(1011)_{\rm bin} = (13)_{\rm oct}$.

Beide Anordnungen erzeugen eine M-Sequenz. Zum Startzeitpunkt seien die drei Speicherzellen mit den Binärwerten 1, 0 und 1 vorbelegt.

Hinweis: Die Aufgabe bezieht sich auf Lehrstoff von **Kapitel 2.5.** Wir möchten Sie gerne auch auf das folgende Lernvideo hinweisen:
Verdeutlichung der PN-Generatoren am Beispiel L = 4 (Dauer 5:08)

Fragebogen zu "Z2.6: PN-Generator der Länge 3"

a) Wie groß ist die Periodenlänge der Konfiguration (15)?

P =

b) Ermitteln Sie die Ausgangsfolge $\langle z_\nu \rangle$ für die Zeitpunkte 1 bis P. Wie lauten die ersten 15 Binärwerte der Ausgangsfolge? *Hinweis:* Bezeichnen Sie die Zellen von links nach rechts mit S_1, S_2 und S_3. Ausgegeben wird derjenige Wert z_ν, der zum Zeitpunkt ν in die Speicherzelle S_1 eingetragen wird.

- ☐ 1 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1 1 0 0 0 . . .
- ☐ 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 . . .
- ☐ 1 1 0 0 1 0 1 1 1 0 0 1 0 1 1 . . .
- ☐ 0 0 1 1 1 0 1 0 0 1 1 1 0 1 0 . . .

c) Welche der nachfolgenden Aussagen treffen für jede M-Sequenz zu?

- ☐ Die Anzahl der Nullen und Einsen ist gleich.
- ☐ In jeder Periode gibt es eine Eins mehr als Nullen.
- ☐ Die maximale Anzahl aufeinander folgender Einsen ist L.
- ☐ Die Folge 1 0 1 0 1 0...... ist nicht möglich.

d) Betrachten Sie nun die reziproke Anordnung (13). Wie lauten hier die ersten 15 Binärwerte der Ausgangsfolge bei gleicher Anfangsbelegung?

- ☐ 0 0 0 1 1 1 1 0 1 0 1 1 0 0 1 . . .
- ☐ 0 0 1 1 1 0 1 0 0 1 1 1 0 1 0 . . .
- ☐ 0 0 1 0 1 1 1 0 0 1 0 1 1 1 0 . . .

A2.7: C-Programme $z1$ und $z2$

Die beiden hier angegebenen C-Programme eignen sich zur Erzeugung diskreter Zufallsgrößen.

„$z1$” erzeugt eine M-stufige Zufallsgröße mit dem Wertevorrat $\{0, 1, \ldots, M–1\}$, die dazugehörigen Wahrscheinlichkeiten werden im Array *p_array* mit der Eigenschaft „Float” übergeben. Die Funktion *random*() liefert gleichverteilte Float–Zufallsgrößen zwischen 0 und 1.

Eine zweite Funktion $z2$ (Quelltext siehe unten) liefert eine spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilung, die durch die beiden Parameter I und p festgelegt ist. Dieses geschieht unter Verwendung der Funktion $z1$.

```
long z1(M, p_array)
long M; float p_array[];
{ long m;
  float summe=0., x, random();
  x=random();
  for (m=0; m<M; m++)
  { summe += p_array[m];
    if (summe>x)  return(m);
  }
}
```

```
#include <math.h>
long z2(I, p)
  long I; float p;
{ long i, z1();
  float p_array[8];
  p_array[0]=(float) pow((1-p),I);
  for (i=1; i<=I; i++)
    p_array[i]=(p*(I+1-i)/(i*(1-p))
                 *p_array[i-1]);
return (z1(I+1, p_array));
}
```


Hinweis: Die Aufgabe nimmt Bezug auf die Seite **Generierung mehrstufiger Zufallsgrößen** im Kapitel 2.5 des vorliegenden Buches.

Fragebogen zu "A2.7: C-Programme $z1$ und $z2$"

a) Es gelte $M = 4$ und $p\_array = \{0.2, 0.3, 0.4, 0.1\}$. Welches Ergebnis liefert die Funktion $z1$, wenn die Randomfunktion den Wert $x = 0.75$ zurückgibt?

$\boldsymbol{z1}$ =

b) Welche der nachfolgenden Aussagen sind bezüglich $z1$ zutreffend?

- [ ] Man könnte auf die Zuweisung $x = random()$ in Zeile 5 verzichten und in Zeile 8 direkt mit $random()$ vergleichen.
- [ ] Sind alle übergebenen Wahrscheinlichkeiten gleich, so gäbe es schneller Programmrealisierungen als $z1$.
- [ ] Der Rückgabewert $random() = 0.2$ führt zu $z1 = 1$.

c) Welche der nachfolgenden Aussagen sind bezüglich $z2$ zutreffend?

- [ ] Das Programm erzeugt eine *binomialverteilte* Zufallsgröße.
- [ ] Das Programm erzeugt eine *poissonverteilte* Zufallsgröße.
- [ ] Mit $I = 4$ sind für $z2$ die Werte 0, 1, 2, 3 und 4 möglich.
- [ ] Das Einbinden der mathematischen Bibliothek ist erforderlich, da in $z2$ die Funktion *pow* (Potenzieren) verwendet wird.

d) Welcher Wert steht in $p\_array[2]$ beim Aufruf mit $I = 4$ und $p = 0.25$?

$\boldsymbol{I = 4, p = 0.25:}$ $\boldsymbol{p\_array[2]}$ =

Z2.7: C-Programm *z*3

Das nebenstehend angegebene C-Programm *z*3 erzeugt sukzessive eine binomialverteilte Zufallsgröße mit den charakteristischen Kenngrößen I und p. Es verwendet dabei das Programm *z*1, das bereits in Aufgabe A2.7 beschrieben und analysiert wurde.

Gehen Sie davon aus, dass das Programm mit den Parametern $I = 4$ und $p = 0.75$ aufgerufen wird. Die ersten acht vom Zufallsgenerator *random*() erzeugten reellwertigen Zahlen (alle zwischen 0 und 1) lauten:

$$0.75, 0.19, 0.43, 0.08, 0.99, 0.32, 0.53, 0.02.$$

```
long z3(I, p)
 long I; float p;
{ long i, summe=0.;
  float p_array[2];
  p_array[0] = 1-p;
  p_array[1] = p;
  for (i=1; i<=I; i++)
    summe += z1(2L, p_array);
  return (summe);
}

long z1(M, p_array)
long M; float p_array[];
{ long m;
  float summe=0., x, random();
  x=random();
  for (m=0; m<M; m++)
  { summe += p_array[m];
    if (summe>x) return(m);
  }
}
```


Hinweis: Diese Aufgabe gehört zu **Kapitel 2.5.**

Fragebogen zu "Z2.7: C-Programm *z*3"

a) Welche der nachfolgenden Aussagen sind zutreffend?

- [ ] Das Programm $z3$ liefert eine binomialverteilte Zufallsgröße, weil mehrere Binärwerte aufsummiert werden.
- [ ] Zur Übergabe der Wahrscheinlichkeiten an das Programm $z1$ wird das Feld $p\_array = [1–p, p]$ benutzt.
- [ ] Die Übergabe von „$M = 2$” an die Funktion $z1$ muss mit „2L” geschehen, da dieses Programm einen Long-Wert erwartet.

b) Welcher Wert wird beim ersten Aufruf von $z3$ ausgegeben?

1. Aufruf: $z3$ =

c) Welcher Wert wird beim zweiten Aufruf von $z3$ ausgegeben?

2. Aufruf: $z3$ =