

## Überblick zu Kapitel 2 des Buches „Modulationsverfahren“

Nach einigen allgemeingültigen Erläuterungen zu Modulation und Demodulation folgt nun im zweiten Kapitel eine detaillierte Beschreibung der *Amplitudenmodulation* und der zugehörigen *Demodulatoren*. Dieses Kapitel behandelt im Einzelnen:

- die Beschreibung der *Zweiseitenband-Amplitudenmodulation* im Frequenz- und Zeitbereich,
- zwei Realisierungen der ZSB-AM, nämlich *Ringmodulator* und *Quadratische Kennlinie*,
- die Eigenschaften des *Synchrodemodulators* bei verschiedenen Randbedingungen,
- die Beschreibungs- und Anwendungsmöglichkeiten des *Hüllkurvendemodulators*,
- die Gemeinsamkeiten und Unterschiede der *Einseitenbandmodulation* gegenüber ZSB-AM,
- weitere AM-Verfahren, zum Beispiel *Restseitenband-* und *Quadratur-Amplitudenmodulation*.

Literatur: [Fra89] – [Hag03] – [Joh92] – [Kam04] – [Lin05] – [Mäu85] – [Mäu88] – [Mül79] – [Söd05]

Die theoretischen Grundlagen werden auf 47 Bildschirmseiten mit Gleichungen, Beispielen und Bildern verdeutlicht. Außerdem beinhaltet dieses Kapitel 70 Grafiken, zwölf Aufgaben und zehn Zusatzaufgaben mit insgesamt 118 Teilaufgaben, sowie fünf Interaktionsmodule (IM) und zehn Lernvideos (LV).

- **Eigenschaften des Synchrondemodulators** (IM, Kap. 2.2 und 2.4)
- **Einfluss einer Bandbegrenzung bei Sprache und Musik** (IM, Grundlagen)
- **Lineare Verzerrungen bei periodischen Signalen** (IM, Grundlagen)
- **Ortskurve – Darstellung des äquivalenten TP-Signals** (IM, Grundlagen)
- **Zeigerdiagramm – Darstellung des analytischen Signals** (IM, Grundlagen)
- **Zweiseitenband-AM** (LV, Kapitel 2.1, 2-teilig: Gesamtdauer 13:35)
- **Rauscheinfluss bei AM und WM** (LV, Kapitel 2.3, 2-teilig, Gesamtdauer 15:37)
- **Anmerkungen zur Übertragungsfunktion** (LV, Grundlagen, Dauer 9:08)
- **Der AWGN-Kanal – Teil 1** (LV, Grundlagen, Dauer 6:00)
- **Der AWGN-Kanal – Teil 2** (LV, Grundlagen, Dauer 5:15)
- **Eigenschaften des Übertragungskanal** (LV, Grundlagen, Dauer 5:50)
- **Eigenschaften von TP- und BP-Signalen** (LV, Grundlagen, Dauer 5:16)
- **Gesetze der Fouriertransformation** (LV, Grundlagen, 2-teilig, Gesamtdauer 11:52)
- **Harmonische Schwingungen** (LV, Grundlagen, 2-teilig, Gesamtdauer 10:48)
- **Lineare und nichtlineare Verzerrungen** (LV, Grundlagen, 3-teilig, Gesamtdauer 16:25)

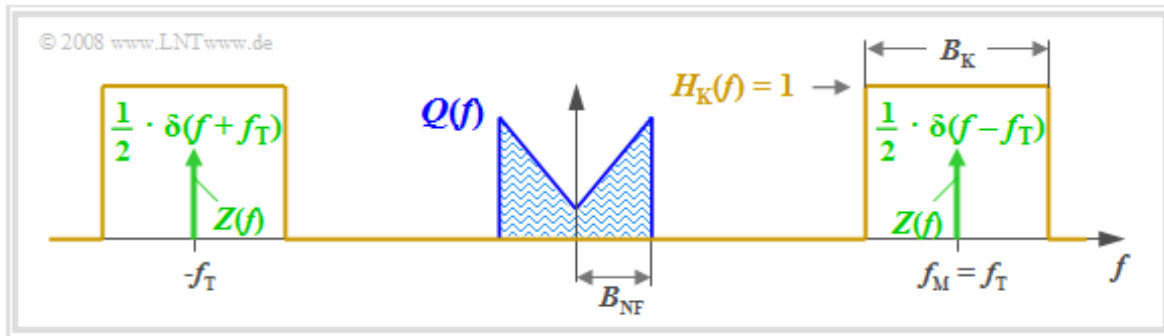
Weitere Informationen zum Thema, Aufgaben sowie ein Simulationsprogramm finden Sie im Versuch „Analoge Modulationsverfahren“ des Praktikums *Simulation digitaler Übertragungssysteme* von Prof. Günter Söder (Lehrstuhl für Nachrichtentechnik der TU München).

**Herunterladen des Windows-Programms „AMV“ (Zip-Version)**

**Herunterladen der dazugehörigen Texte (PDF-Datei)**

## Beschreibung im Frequenzbereich (1)

Wir betrachten die folgende Aufgabenstellung: Ein Nachrichtensignal  $q(t)$ , dessen Spektrum  $Q(f)$  auf den Bereich  $\pm B_{NF}$  bandbegrenzt ist, soll mit Hilfe einer harmonischen Schwingung der Frequenz  $f_T$ , die wir im Weiteren als Trägersignal  $z(t)$  bezeichnen, in einen höherfrequenten Bereich verschoben werden, in dem der Kanalfrequenzgang  $H_K(f)$  günstige Eigenschaften aufweist.



Die Grafik verdeutlicht die Aufgabenstellung, wobei folgende vereinfachende Annahmen getroffen sind:

- Das gezeichnete Spektrum  $Q(f)$  ist hier schematisch zu verstehen. Es besagt, dass in  $q(t)$  nur Spektralanteile im Bereich  $|f| \leq B_{NF}$  enthalten sind.  $Q(f)$  könnte auch ein Linienspektrum sein.
- Der Kanal sei in einem Bereich der Bandbreite  $B_K$  um die Frequenz  $f_M$  ideal, das heißt, es gelte  $H_K(f) = 1$  für  $|f - f_M| \leq B_K/2$ . Rauschstörungen werden vorerst nicht betrachtet.
- Das Trägersignal sei cosinusförmig (Phase  $\phi_T = 0$ ) und besitze die Amplitude  $A_T = 1$  (ohne Einheit). Die Trägerfrequenz  $f_T$  sei gleich der Mittenfrequenz des Übertragungsbandes.
- Das Spektrum des Trägersignals  $z(t) = \cos(\omega_T \cdot t)$  lautet somit (in der Grafik grün eingezeichnet):

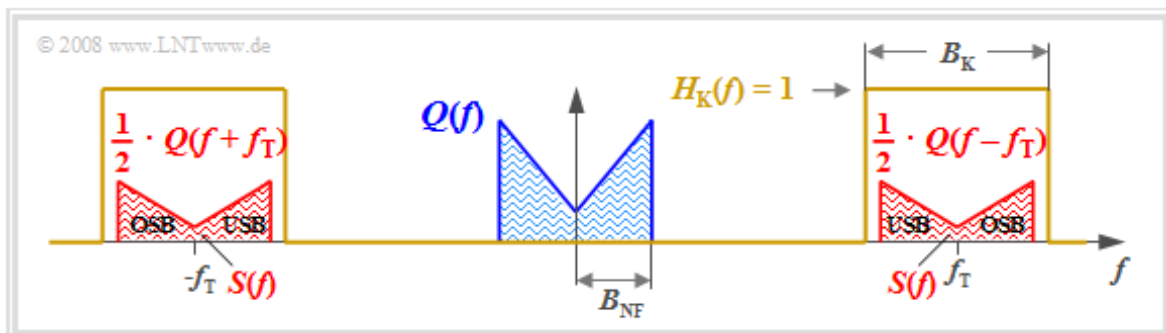
$$Z(f) = \frac{1}{2} \cdot \delta(f + f_T) + \frac{1}{2} \cdot \delta(f - f_T).$$

## Beschreibung im Frequenzbereich (2)

Wer mit den Gesetzmäßigkeiten der Spektraltransformation und insbesondere mit dem **Faltungssatz** vertraut ist, kann sofort eine Lösung für das Spektrum  $S(f)$  des Modulatorausgangssignals angeben:

$$\begin{aligned} S(f) &= Z(f) \star Q(f) = \frac{1}{2} \cdot \delta(f + f_T) \star Q(f) + \frac{1}{2} \cdot \delta(f - f_T) \star Q(f) \\ &= \frac{1}{2} \cdot Q(f + f_T) + \frac{1}{2} \cdot Q(f - f_T). \end{aligned}$$

Bei dieser Gleichung ist berücksichtigt, dass die Faltung einer verschobenen Diracfunktion  $\delta(x - x_0)$  mit einer beliebigen Funktion  $f(x)$  die verschobene Funktion  $f(x - x_0)$  ergibt.



Die Grafik zeigt das Ergebnis. Man erkennt folgende Charakteristika:

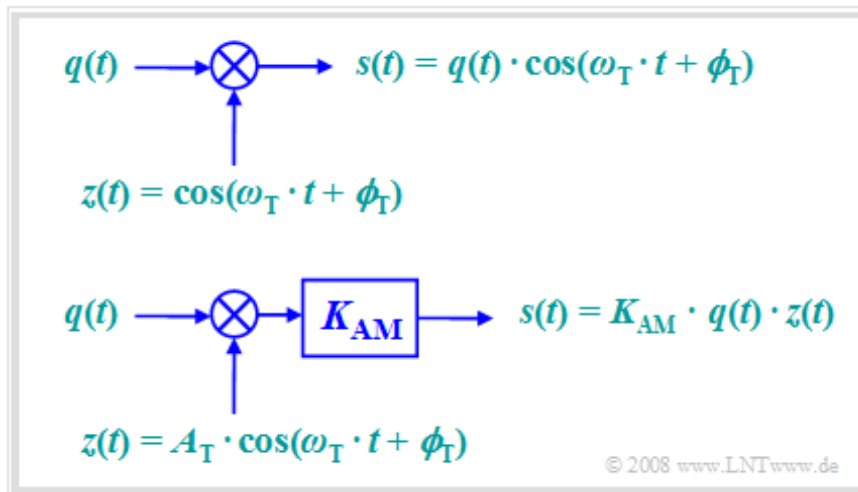
- Aufgrund der systemtheoretischen Betrachtungsweise mit positiven und negativen Frequenzen setzt sich  $S(f)$  aus zwei Anteilen um  $\pm f_T$  zusammen, die jeweils formgleich mit  $Q(f)$  sind.
- Der Faktor  $1/2$  ergibt sich wegen der Trägeramplitude  $A_T = 1$ . Somit ist  $s(t = 0)$  gleich  $q(t = 0)$ , so dass auch die Integrale über deren Spektralfunktionen  $S(f)$  bzw.  $Q(f)$  gleich sein müssen.
- Die Kanalbandbreite  $B_K$  muss mindestens doppelt so groß sein wie die Signalbandbreite  $B_{NF}$ , was zu der Namensgebung **Zweiseitenband-Amplitudenmodulation** (ZSB-AM) geführt hat.
- Zu beachten ist, dass  $B_{NF}$  und  $B_K$  absolute und nicht etwa äquivalente Bandbreiten sind. Letztere sind über flächengleiche Rechtecke definiert und werden im Tutorial mit  $\Delta f_q$  bzw.  $\Delta f_K$  bezeichnet.
- Die Spektralfunktion  $S(f)$  beinhaltet keine Diraclinien bei der Trägerfrequenz ( $\pm f_T$ ). Deshalb wird das hier beschriebene Verfahren auch als **ZSB-AM ohne Träger** bezeichnet.
- Die Frequenzanteile oberhalb der Trägerfrequenz  $f_T$  nennt man das **obere Seitenband** (OSB), diejenigen unterhalb von  $f_T$  bezeichnet man als das **untere Seitenband** (USB).

## Beschreibung im Zeitbereich (1)

Der Faltungssatz lautet mit der auf dieses Problem angepassten Nomenklatur:

$$S(f) = Z(f) \star Q(f) \quad \bullet \text{---} \circ \quad s(t) = q(t) \cdot z(t) = q(t) \cdot \cos(\omega_T \cdot t + \phi_T).$$

Dieses Ergebnis stimmt auch dann noch, wenn die auf der letzten Seite getroffenen Einschränkungen (reellwertiges Spektrum  $Q(f)$ , Trägerphase  $\phi_T = 0$ ) aufgehoben werden. Im Allgemeinen ergibt sich somit eine komplexwertige Spektralfunktion  $S(f)$ .

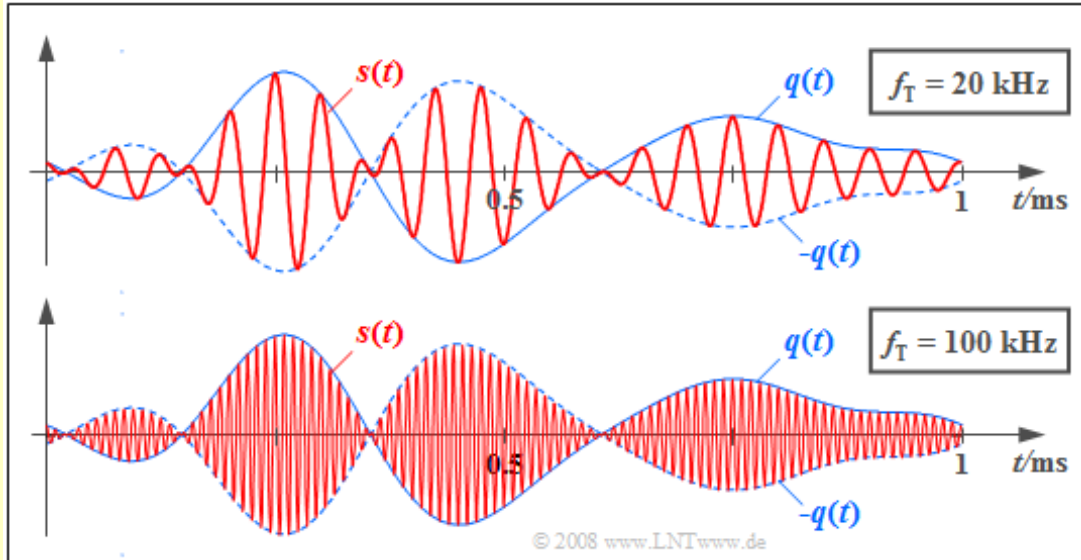


Nach dieser Gleichung kann man zwei Modelle für die Zweiseitenband-Amplitudenmodulation angeben. Diese sind wie folgt zu interpretieren:

- Das erste Modell beschreibt direkt den oben angegebenen Zusammenhang, wobei hier der Träger  $z(t) = \cos(\omega_T t + \phi_T)$  ohne Einheit angesetzt ist.
- Das zweite Modell entspricht eher den physikalischen Gegebenheiten, nachdem jedes Signal auch eine Einheit besitzt. Sind  $q(t)$  und  $z(t)$  jeweils Spannungen, so ist im Modell noch eine Skalierung mit der Modulatorkonstanten  $K_{AM}$  (Einheit:  $V^{-1}$ ) vorzusehen, damit auch das Ausgangssignal  $s(t)$  einen Spannungsverlauf darstellt.
- Wählt man  $K_{AM} = 1/A_T$ , so sind beide Modelle gleich. Im Folgenden werden wir stets vom ersten, also dem einfacheren Modell ausgehen.

## Beschreibung im Zeitbereich (2)

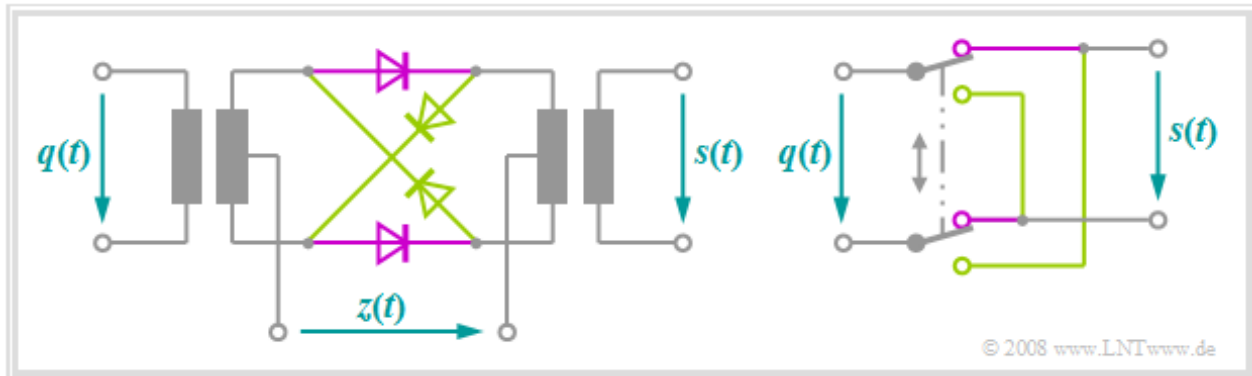
**Beispiel:** Die beiden Grafiken zeigen in roter Farbe die Sendesignale  $s(t)$  bei ZSB-AM für zwei unterschiedliche Trägerfrequenzen. Das in beiden Fällen gleiche Quellensignal  $q(t)$  mit der Bandbreite  $B_{NF} = 4$  kHz ist durchgehend blau gezeichnet und das Signal  $-q(t)$  gestrichelt.



Das Trägersignal  $z(t)$  hat in beiden Fällen einen cosinusförmigen Verlauf. Für das obere Bild wurde die Trägerfrequenz  $f_T = 20$  kHz zugrundegelegt und für das untere Bild  $f_T = 100$  kHz.

## Ringmodulator (1)

Eine Möglichkeit zur Realisierung der „Zweiseitenband-Amplitudenmodulation mit Trägerunterdrückung“ bietet der sog. Ringmodulator, der auch unter der Bezeichnung **Doppelgegentakt-Diodenmodulator** bekannt ist. Nachfolgend sehen Sie links die Schaltung und rechts ein einfaches Funktionsschaltbild.



Ohne Anspruch auf Vollständigkeit kann das Prinzip wie folgt dargestellt werden:

- Die Amplitude der harmonischen Trägerschwingung  $z(t)$  sei sehr viel größer als der Maximalwert  $q_{\max}$  des Nachrichtensignals  $q(t)$ . Somit werden alle Dioden als Schalter betrieben.
- Bei positiver Halbwelle der Trägerschwingung ( $z(t) > 0$ ) leiten die zwei magentafarbenen Dioden, während die olivfarbenen sperren. Ohne Berücksichtigung von Verlusten gilt somit  $s(t) = q(t)$ .
- Bei negativer Halbwelle leiten die olivfarbenen Dioden und die Dioden in den Längszweigen sperren. Wie aus dem rechten Bild hervorgeht, gilt bei dieser unteren Schalterstellung  $s(t) = -q(t)$ .
- Wegen des Schalterbetriebs kann die harmonische Schwingung  $z(t)$  auch durch ein periodisches Rechtecksignal gleicher Periodendauer ersetzt werden:

$$z_R(t) = \begin{cases} +1 & \text{für } z(t) > 0, \\ -1 & \text{für } z(t) < 0. \end{cases}$$

- Das modulierte Signal  $s(t)$  ergibt sich dann als das Produkt des Nachrichtensignals  $q(t)$  mit diesem Rechtecksignal  $z_R(t)$ , während bei idealer ZSB-AM mit einem Cosinussignal multipliziert wird.
- Der Träger  $z(t)$  selbst ist im Signal  $s(t)$  nicht enthalten. Da dieser über die Mittelanzapfungen der Übertrager zugeführt wird, heben sich die induzierten Spannungen auf („ZSB-AM ohne Träger“).

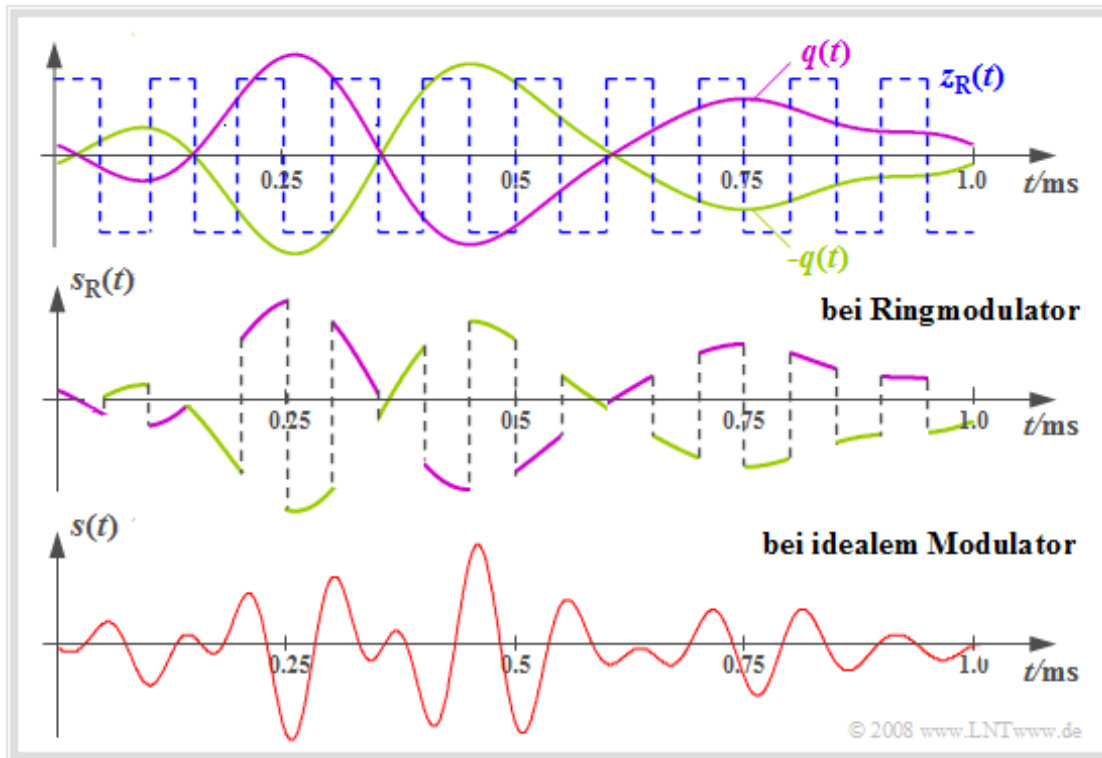
Auf der nächsten Seite wird die Wirkungsweise des Ringmodulators anhand beispielhafter Signalverläufe nochmals beschrieben.

## Ringmodulator (2)

Die obere Grafik zeigt die Signale  $q(t)$  und  $-q(t)$  als magenta- bzw. olivfarbene Kurvenverläufe. Dazu ist blau-gestrichelt das bipolare Rechtecksignal  $z_R(t)$  dargestellt, das die Werte  $\pm 1$  annimmt.

Die mittlere Grafik zeigt das modulierte Signal  $s_{RM}(t) = q(t) \cdot z_R(t)$  des Ringmodulators. Zum Vergleich dazu ist in der unteren Skizze das herkömmliche ZSB-AM-Signal  $s(t) = q(t) \cdot \cos(\omega_T \cdot t)$  dargestellt.

Diese Bilder gelten für die Trägerfrequenz  $f_T = 10$  kHz.



Man erkennt deutliche Unterschiede, die sich jedoch auf einfache Weise kompensieren lassen:

- Die **Fourierreihendarstellung** des periodischen Rechtecksignals  $z_R(t)$  lautet:

$$z_R(t) = \frac{4}{\pi} \cdot \cos(\omega_T \cdot t) - \frac{4}{3\pi} \cdot \cos(3\omega_T \cdot t) + \frac{4}{5\pi} \cdot \cos(5\omega_T \cdot t) - \dots$$

- Die dazugehörige Spektralfunktion besteht demnach aus Diraclinien bei  $\pm f_T, \pm 3f_T, \pm 5f_T$  usw. Die Faltung mit  $Q(f)$  führt zu der Spektralfunktion (der Index steht für „Ringmodulator“):

$$S_{RM}(f) = \frac{2}{\pi} \cdot Q(f \pm f_T) - \frac{2}{3\pi} \cdot Q(f \pm 3f_T) + \frac{2}{5\pi} \cdot Q(f \pm 5f_T) - \dots$$

- Daraus ist ersichtlich, dass durch eine geeignete Bandbegrenzung (zum Beispiel auf  $\pm 2f_T$ ) und eine Dämpfung mit  $\pi/4 \approx 0.785$  das bekannte ZSB-AM-Spektrum gewonnen werden kann:

$$S(f) = \frac{1}{2} \cdot Q(f \pm f_T).$$

Bei diesen Überlegungen ist zu berücksichtigen, dass stets  $B_{NF} \ll f_T$  angenommen werden kann.

## AM-Signale und -Spektren bei harmonischen Signalen (1)

Nun soll der für Testzwecke wichtige Sonderfall betrachtet werden, dass nicht nur das Trägersignal  $z(t)$ , sondern auch das zu modulierende Nachrichtensignal  $q(t)$  eine harmonische Schwingung ist:

$$\begin{aligned}q(t) &= A_N \cdot \cos(\omega_N \cdot t + \phi_N), \\z(t) &= 1 \cdot \cos(\omega_T \cdot t + \phi_T).\end{aligned}$$

Beachten Sie bitte die Anmerkungen zur **Nomenklatur**. Aufgrund der Pluszeichen in obigen Gleichungen sind Sinusschwingungen mit  $\phi_N = -90^\circ$  bzw.  $\phi_T = -90^\circ$  parametrisiert.

Damit lautet die Gleichung für das modulierte Signal:

$$s(t) = q(t) \cdot z(t) = A_N \cdot \cos(\omega_N t + \phi_N) \cdot \cos(\omega_T t + \phi_T).$$

Diese kann mit Hilfe des Additionstheorems der Trigonometrie umgeformt werden:

$$\begin{aligned}s(t) &= \frac{A_N}{2} \cdot \cos((\omega_T + \omega_N) \cdot t + \phi_T + \phi_N) \\ &+ \frac{A_N}{2} \cdot \cos((\omega_T - \omega_N) \cdot t + \phi_T - \phi_N).\end{aligned}$$

Bei cosinusförmigen Signalen ( $\phi_T = \phi_N = 0$ ) vereinfacht sich diese Gleichung zu

$$s(t) = \frac{A_N}{2} \cdot \cos((\omega_T + \omega_N) \cdot t) + \frac{A_N}{2} \cdot \cos((\omega_T - \omega_N) \cdot t).$$

Durch Fouriertransformation kommt man zur Spektralfunktion:

$$\begin{aligned}S(f) &= \frac{A_N}{4} \cdot [\delta(f - f_T - f_N) + \delta(f + f_T + f_N)] + \\ &+ \frac{A_N}{4} \cdot [\delta(f - f_T + f_N) + \delta(f + f_T - f_N)].\end{aligned}$$

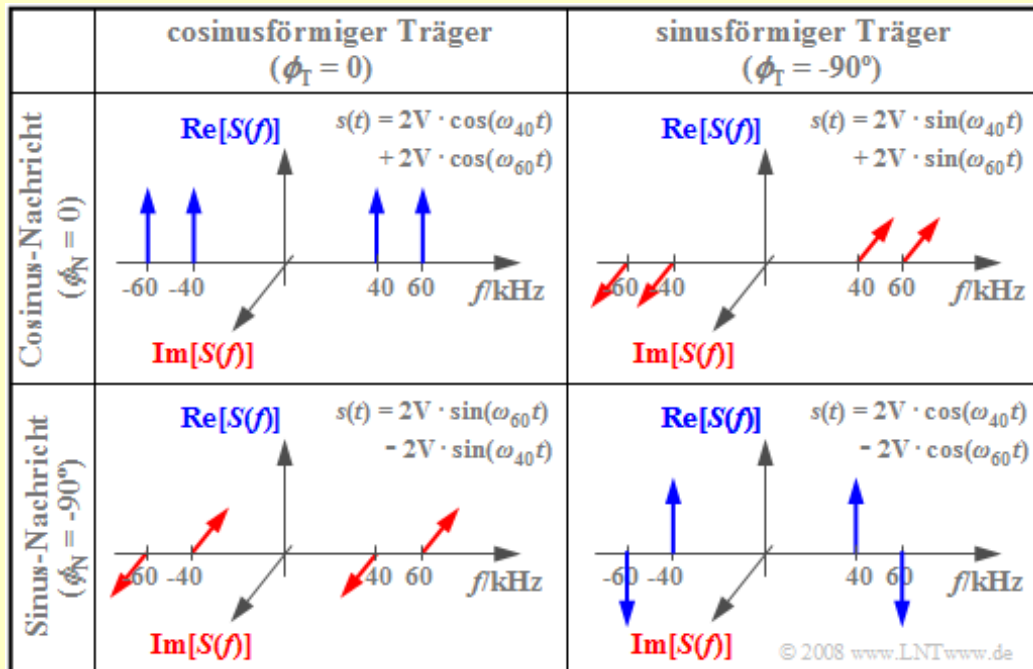
Dieses Ergebnis, zu dem man auch über die Faltung gekommen wäre, besagt:

- Das Spektrum besteht aus vier Diraclinien bei den Frequenzen  $\pm(f_T + f_N)$  und  $\pm(f_T - f_N)$ , wobei in beiden Klammerausdrücken die erste Diracfunktion diejenige bei positiver Frequenz angibt.
- Die Gewichte aller Diracfunktionen sind gleich und jeweils  $A_N/4$ . Die Summe dieser Gewichte – also das Integral über  $S(f)$  – ist entsprechend der Theorie gleich dem Signalwert  $s(t = 0) = A_N$ .
- Die Diraclinien bleiben auch für  $\phi_T \neq 0$  und/oder  $\phi_N \neq 0$  bei den gleichen Frequenzen erhalten. Zu den Gewichten  $A_N/4$  müssen dann jedoch komplexe Drehfaktoren hinzugefügt werden.



## AM-Signale und -Spektren bei harmonischen Signalen (2)

**Beispiel:** Die nachfolgende Grafik zeigt die Spektralfunktionen  $S(f)$  für unterschiedliche Werte von  $\phi_T$  bzw.  $\phi_N$ . Die weiteren Parameter sind zu  $f_T = 50$  kHz,  $f_N = 10$  kHz und  $A_N = 4$  V vorausgesetzt. Die Beträge aller Diraclinien sind somit  $A_N/4 = 1$  V.



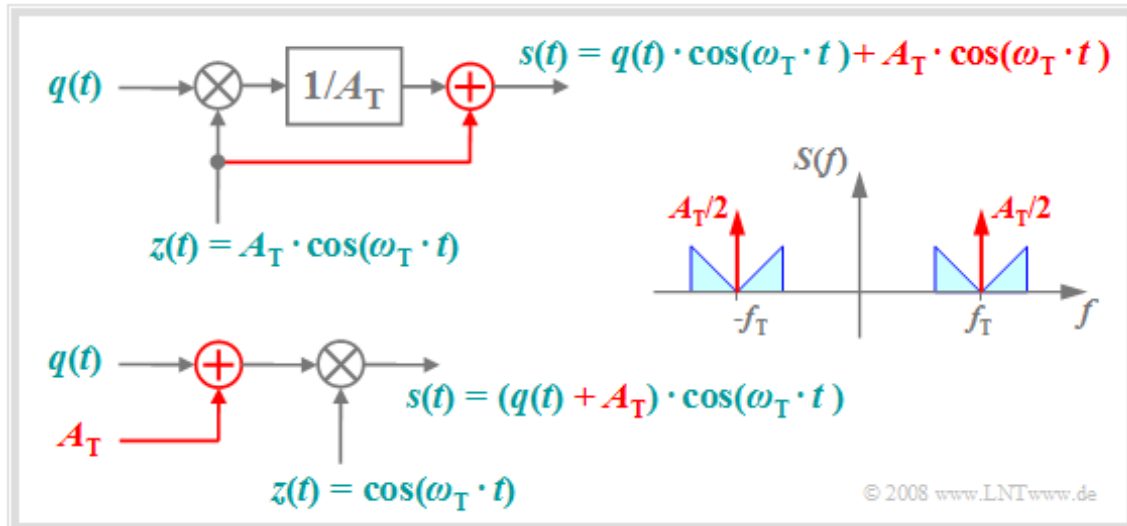
Das linke obere Bild zeigt den auf der letzten Seite besprochenen Fall mit cosinusförmigem Träger und cosinusförmigem Nachrichtensignal. Somit setzt sich das amplitudenmodulierte Signal  $s(t)$  aus zwei Cosinusschwingungen mit  $\omega_{60} = 2\pi \cdot 60$  kHz und  $\omega_{40} = 2\pi \cdot 40$  kHz zusammen.

Bei den drei anderen Konstellationen ist zumindest eines der Signale  $q(t)$  bzw.  $z(t)$  sinusförmig, so dass stets  $s(0) = q(0) \cdot z(0) = 0$  ist. Somit ergeben sich bei diesen Spektralfunktionen die Summe der vier Impulsgewichte jeweils zu 0.

Das rechte untere Bild beschreibt  $s(t) = A_N \cdot \sin(\omega_N t) \cdot \sin(\omega_T t)$ . Die Multiplikation zweier ungerader Funktionen ergibt die gerade Funktion  $s(t)$  und damit ein reelles Spektrum  $S(f)$ . Dagegen führen die beiden anderen Konstellationen jeweils zu imaginären Spektralfunktionen.

## ZSB-Amplitudenmodulation mit Träger (1)

Die nachfolgende Grafik zeigt, wie man von der bisher beschriebenen „ZSB-AM ohne Träger“ zur bekannteren Variante „ZSB-AM mit Träger“ gelangt. Diese hat den Vorteil, dass durch eine einfache Maßnahme beim Sender der Demodulator sehr viel einfacher und billiger realisiert werden kann.



Diese Grafik ist wie folgt zu interpretieren:

- Die obere Darstellung zeigt das eher physikalische Modell der „ZSB-AM mit Träger“, wobei die Veränderungen gegenüber der ZSB-AM ohne Träger rot hervorgehoben sind.
- Dem Signal  $s(t)$  ist nun additiv das physikalische Trägersignal  $z(t) = A_T \cdot \cos(\omega_T \cdot t)$  hinzugefügt, das im Spektrum zwei zusätzliche Diracfunktionen bei  $\pm f_T$ , jeweils mit Gewicht  $A_T/2$ , bewirkt.
- Durch Addition des Gleichsignals  $A_T$  zum Quellensignal und anschließende Multiplikation mit dem dimensionslosen Träger  $z(t)$  ergibt sich das gleiche Signal  $s(t)$ / Spektrum  $S(f)$  wie oben.
- Die zweite Darstellung ist demnach mit dem oberen Modell äquivalent. Die Trägerphase  $\phi_T$  ist hier in beiden Fällen nur aus Gründen einer vereinfachten Darstellung zu 0 gesetzt.

**Beispiel:** Die Zweiseitenband-Amplitudenmodulation mit Träger findet auch heutzutage noch ihre Hauptanwendung in der Rundfunkübertragung auf

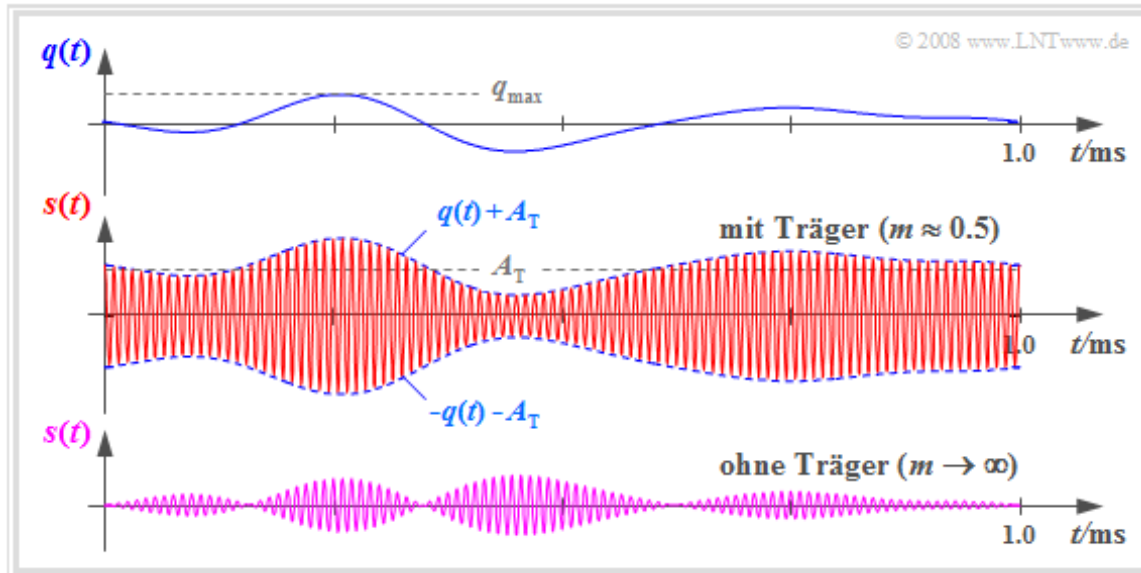
- Langwelle (Frequenzbereich 30 kHz – 300 kHz),
- Mittelwelle (300 kHz – 3 MHz) und
- Kurzwelle (3 MHz – 30 MHz).

Diese Frequenzen werden jedoch mehr und mehr für digitale Anwendungen freigegeben, zum Beispiel für *Digital Video Broadcast (DVB)*.

Eine Anwendung von *Zweiseitenband-Amplitudenmodulation ohne Träger* gibt es beispielsweise beim UKW-Stereo-Rundfunk. Hier wird das Differenzsignal zwischen den beiden Stereokanälen bei 39 kHz trägerlos amplitudenmoduliert. Dann werden das Summensignal der beiden Kanäle (30 Hz – 15 kHz), ein Hilfsträger bei 19 kHz sowie das Differenzsignal zusammengefasst und frequenzmoduliert.

## ZSB-Amplitudenmodulation mit Träger (2)

Die folgenden Signalverläufe sollen das Prinzip der „ZSB-AM mit Träger“ weiter verdeutlichen. Oben sehen Sie das auf Frequenzen bis 4 kHz begrenzte Quellsignal  $q(t)$ . Addiert man zu diesem den Gleichanteil  $A_T$  und multipliziert die Summe mit dem Trägersignal  $z(t)$  der Frequenz  $f_T = 100$  kHz, so ergibt sich das Signal  $s(t)$ . Darunter ist das Sendesignal der „ZSB-AM ohne Träger“ dargestellt.



Ein Vergleich dieser Signalverläufe zeigt:

- Durch die Zusetzung des Gleichanteils  $A_T$  wurde erreicht, dass nun das Nachrichtensignal  $q(t)$  in der Hüllkurve von  $s(t)$  zu erkennen ist.
- Dadurch kann die in Kapitel 2.3 beschriebene **Hüllkurvendemodulation** angewandt werden, die einfacher und billiger zu realisieren ist als die kohärente **Synchrondemodulation** (Kapitel 2.2).
- Voraussetzung für die Anwendung eines Hüllkurvendemodulators ist, dass der **Modulationsgrad**  $m$  kleiner als 1 ist. Dieser ist wie folgt definiert:

$$m = \frac{q_{\max}}{A_T} \quad \text{mit} \quad q_{\max} = \max_t |q(t)|.$$

- Der Vorteil eines einfacheren Demodulators muss aber durch eine deutlich höhere Sendeleistung erkauff werden, da der Leistungsbeitrag des Trägers nicht zur Demodulation genutzt werden kann.
- Weiter ist zu beachten, dass das Quellsignal keinen Gleichanteil beinhaltet, da dieser durch den Träger überdeckt würde. Bei Sprach- und Musiksignalen ist dies keine große Einschränkung.

## Beschreibung durch das analytische Signal

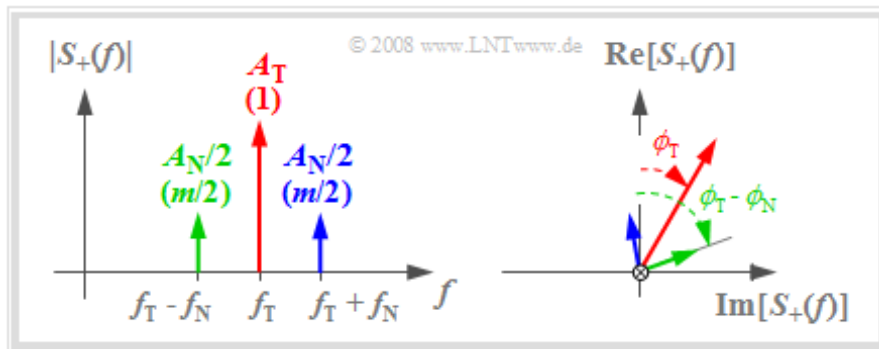
Im weiteren Verlauf wird zur Vereinfachung von Grafiken meist das Spektrum  $S_+(f)$  des analytischen Signals anstelle des tatsächlichen, physikalischen Spektrums  $S(f)$  angegeben. Beispielhaft betrachten wir hier eine „ZSB-AM mit Träger“ und folgende Signale:

$$\begin{aligned} s(t) &= (q(t) + A_T) \cdot \cos(\omega_T \cdot t + \phi_T), \\ q(t) &= A_N \cdot \cos(\omega_N \cdot t + \phi_N). \end{aligned}$$

Dann lautet das dazugehörige analytische Signal:

$$\begin{aligned} s_+(t) &= A_T \cdot e^{j \cdot (\omega_T \cdot t + \phi_T)} + \\ &+ \frac{A_N}{2} \cdot e^{j \cdot ((\omega_T + \omega_N) \cdot t + \phi_T + \phi_N)} + \frac{A_N}{2} \cdot e^{j \cdot ((\omega_T - \omega_N) \cdot t + \phi_T - \phi_N)}. \end{aligned}$$

Die zugehörige Spektralfunktion  $S_+(f)$  besteht aus drei Diraclinien mit jeweils komplexen Gewichten entsprechend der folgenden Grafik:



- Die linke Skizze zeigt den Betrag  $|S_+(f)|$ , wobei  $A_T$  das Gewicht des Trägers angibt und  $A_N/2$  die Gewichte von OSB (oberes Seitenband) und USB (unteres Seitenband).
- In Klammern stehen die auf  $A_T$  normierten Werte. Da hier  $q_{\max} = A_N$  gilt, erhält man mit dem Modulationsgrad  $m = A_N/A_T$  als normierte Gewichte von OSB und USB jeweils  $m/2$ .
- Die rechte Skizze gibt einen Blick in Richtung der Frequenzachse und zeigt die Phasenwinkel von Träger ( $\phi_T$ ), USB ( $\phi_T - \phi_N$ ) und OSB ( $\phi_T + \phi_N$ ).

## Amplitudenmodulation durch quadratische Kennlinie

**Nichtlinearitäten** sind in der Nachrichtentechnik meist unerwünscht und störend. Wie im **Kapitel 2.2** des Buches „Lineare zeitinvariante Systeme“ dargelegt, führen sie dazu, dass

- das Superpositionsprinzip nicht mehr anwendbar ist,
- das Übertragungsverhalten von der Größe des Eingangssignals abhängt, und
- die Verzerrungen von nichtlinearer Art sind und damit irreversibel.

Eine Nichtlinearität der allgemeinen Form

$$y(t) = c_0 + c_1 \cdot x(t) + c_2 \cdot x^2(t) + c_3 \cdot x^3(t) + \dots$$

kann aber auch zur **Realisierung einer ZSB-AM** genutzt werden. Unter der Voraussetzung, dass

- nur die Koeffizienten  $c_1$  und  $c_2$  vorhanden sind, und
- das Eingangssignal  $x(t) = q(t) + z(t)$  angelegt wird,

erhält man für das Ausgangssignal der Nichtlinearität:

$$y(t) = c_1 \cdot q(t) + c_1 \cdot z(t) + c_2 \cdot q^2(t) + 2 \cdot c_2 \cdot q(t) \cdot z(t) + c_2 \cdot z^2(t).$$

Der erste, dritte und letzte Anteil liegt – spektral gesehen – bei  $|f| \leq 2 \cdot B_{\text{NF}}$  bzw.  $|f| = 2 \cdot f_T$ . Entfernt man diese Signalanteile durch einen Bandpass und berücksichtigt  $z(t) = A_T \cdot \cos(\omega_T \cdot t)$ , so erhält man die für „ZSB-AM mit Träger“ typische Gleichung:

$$s(t) = c_1 \cdot A_T \cdot \cos(\omega_T \cdot t) + 2 \cdot c_2 \cdot A_T \cdot q(t) \cdot \cos(\omega_T \cdot t),$$

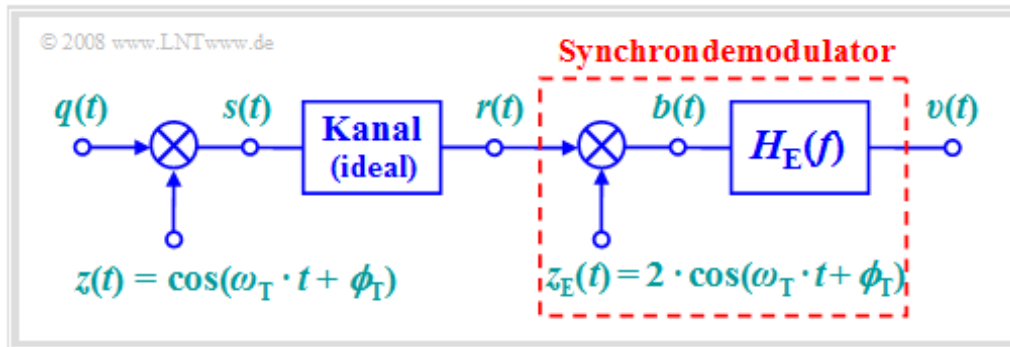
wobei der Modulationsgrad durch die Koeffiziente  $c_1$  und  $c_2$  veränderbar ist:

$$m = \frac{2 \cdot c_2 \cdot q_{\text{max}}}{c_1}.$$

Diode und Feldeffekttransistor besitzen mit guter Näherung eine quadratische Kennlinie und werden zur Realisierung einer ZSB-AM genutzt. Kubische Anteile ( $c_3 \neq 0$ ) und Nichtlinearitäten höherer Ordnung führen allerdings zu **nichtlinearen Verzerrungen**.

## Blockschaltbild und Zeitbereichsdarstellung

Eine Modulation am Sender macht nur Sinn, wenn es möglich ist, diese Signalumsetzung am Empfänger wieder rückgängig zu machen und zwar möglichst ohne Informationsverlust.



Bei jeder Form von Amplitudenmodulation (sei es ZSB oder ESB, mit oder ohne Träger) erfüllt der so genannte **Synchron demodulator** diese Aufgabe. Zu obigem Blockschaltbild ist Folgendes anzumerken:

- Zur Modulation wird beispielhaft ZSB-AM ohne Träger (Modulationsgrad  $m \rightarrow \infty$ ) betrachtet. Synchron demodulation ist aber auch anwendbar, wenn der Träger in  $s(t)$  enthalten ist.
- Der Kanal sei ideal und die Störungen vernachlässigbar, so dass das Empfangssignal  $r(t)$  identisch mit dem Sendesignal  $s(t)$  ist:

$$r(t) = s(t) = q(t) \cdot \cos(\omega_T \cdot t + \phi_T).$$

- Im Empfänger wird dieses Signal zunächst mit dem empfängerseitigen Trägersignal  $z_E(t) = 2 \cdot \cos(\omega_T \cdot t + \phi_T)$  multipliziert, das bis auf den Faktor 2 identisch mit dem sendeseitigen Träger  $z(t)$  ist.

- Das Ergebnis der Multiplikation ist das Signal

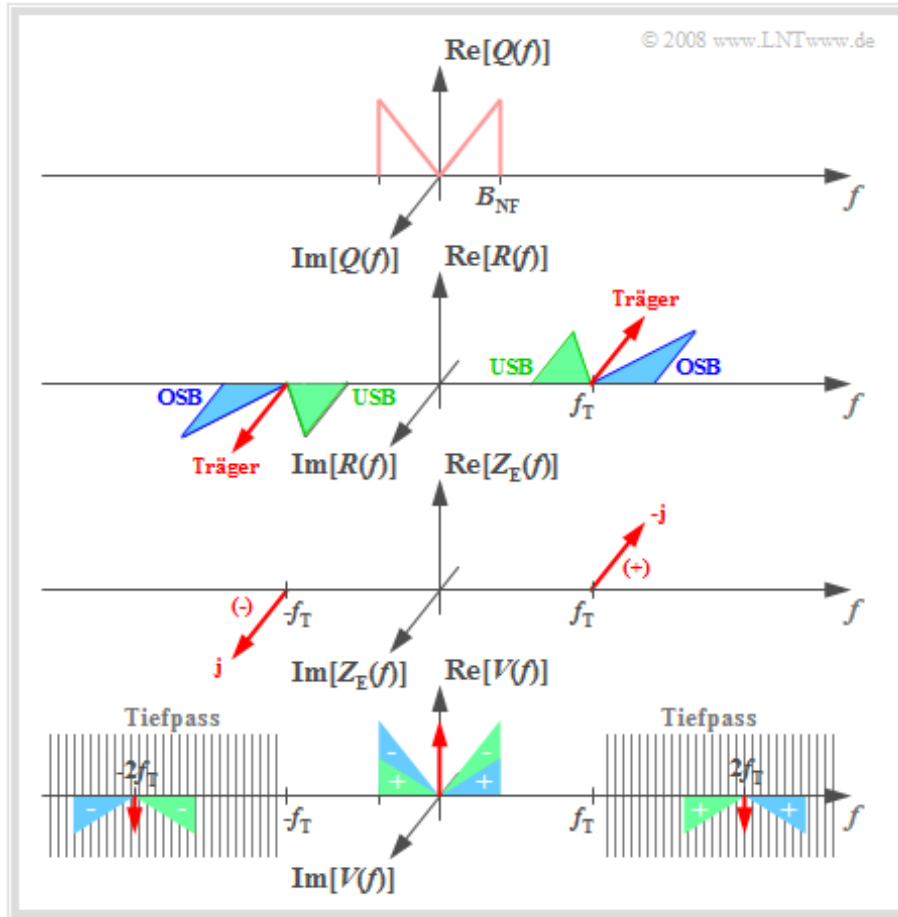
$$\begin{aligned} b(t) &= r(t) \cdot z_E(t) = 2 \cdot q(t) \cdot \cos^2(\omega_T \cdot t + \phi_T) = \\ &= q(t) + q(t) \cdot \cos(2 \cdot \omega_T \cdot t + 2 \cdot \phi_T). \end{aligned}$$

Hierbei ist die trigonometrische Umformung  $\cos^2(\alpha) = 1/2 \cdot (1 + \cos(2\alpha))$  berücksichtigt.

- Der zweite Term liegt im Bereich um die doppelte Trägerfrequenz. Ist  $f_T > B_{NF}$ , was in der Praxis stets zutrifft, so kann dieser Anteil durch einen geeignet dimensionierten Tiefpass  $H_E(f)$  unterdrückt werden, und man erhält  $v(t) = q(t)$ .

## Beschreibung im Frequenzbereich

Ausgehend von einem geraden Quellensignal  $q(t) \Rightarrow$  reelles Spektrum  $Q(f)$  und einem Sinus-Träger  $z(t)$  ergibt sich das imaginäre Sendespektrum  $S(f)$  gemäß der zweiten Skizze, wobei mit  $A_T \neq 0$  auch die ZSB-AM mit Träger (rote Diracfunktion) berücksichtigt ist. Aufgrund des idealen Kanals gilt  $R(f) = S(f)$ .



Die Wirkungsweise des Synchron demodulators kann im Frequenzbereich wie folgt erklärt werden:

- Das empfangenseitige Trägersignal  $z_E(t) = 2 \cdot z(t) = 2 \cdot \sin(\omega_T \cdot t)$  führt im Spektralbereich zu zwei Diracfunktionen bei  $\pm f_T$  mit den Gewichten  $\pm j$ . Der negative Imaginärteil tritt bei  $f = +f_T$  auf.
- Der Multiplikation  $b(t) = r(t) \cdot z_E(t)$  entspricht die Faltung der zugehörigen Spektralfunktionen:  

$$B(f) = R(f) \star Z_E(f).$$
- Die Faltung der Diracfunktion  $-j \cdot \delta(f - f_T)$  mit dem rein imaginären Spektrum  $R(f)$  führt zu rein reellen Spektralanteilen um  $f = 0$  und  $f = 2f_T$ . Diese Anteile sind oben mit einem „+“ versehen.
- Das zweite Faltungsprodukt  $j \cdot \delta(f + f_T) \star R(f)$  liefert neben einem Anteil bei  $-2f_T$  auch einen niederfrequenten Spektralanteil um  $f = 0$ . Diese Spektralanteile sind mit „-“ markiert.
- Das Spektrum nach dem Tiefpass  $H_E(f)$  ist  $V(f) = Q(f) + A_T \cdot \delta(f)$ . Bei ZSB-AM mit Träger kann durch eine untere Bandbegrenzung, also  $H_E(f = 0) = 0$ , der störende Gleichanteil entfernt werden.
- Die farbliche Zuordnung in der Grafik (OSB blau, USB grün, Träger rot) lässt erkennen, dass der Synchron demodulator sowohl das OSB als auch das USB zur Signalrekonstruktion nutzt.

## Voraussetzungen für die Anwendung des Synchron demodulators

Das Ausgangssignal  $v(t)$  ist identisch mit dem Quellsignal  $q(t)$ , wenn folgende Kriterien erfüllt sind:

- Die Bandbreite  $B_{NF}$  des Quellsignals ist kleiner als die Trägerfrequenz  $f_T$ . Diese Einschränkung ist nicht sonderlich gravierend und für die Praxis nicht relevant.
- Die Trägerfrequenzen von Sender und Empfänger stimmen exakt überein. Dies erfordert eine Trägerrückgewinnung beim Empfänger und ist mit gewissen „Kosten“ verbunden.
- Zwischen den sende- und empfängerseitig zugesetzten Trägersignalen  $z(t)$  und  $z_E(t)$  besteht zudem eine vollkommene Phasensynchronität.
- Der Kanalfrequenzgang  $H_K(f)$  ist im Durchlassbereich  $f_T - B_{NF} \leq |f| \leq f_T + B_{NF}$  ideal gleich 1. Eine frequenzunabhängige Dämpfung oder frequenzlineare Phase (Laufzeit) werden meist toleriert.
- Der Einfluss des Rauschens und externer Störungen ist vernachlässigbar klein. Aber auch bei nicht vernachlässigbarem Rauschen ist der Synchron demodulator anderen Demodulatoren überlegen.
- Das Empfangsfilter  $H_E(f)$  ist für  $|f| \leq B_{NF}$  gleich 1 und für  $|f| \geq 2f_T - B_{NF}$  identisch 0. Der Verlauf dazwischen ist nicht relevant (siehe Grafik auf der vorherigen Seite).
- Beim Modulationsverfahren „ZSB-AM mit Träger“ muss zusätzlich mit  $H_E(f = 0) \equiv 0$  sicher gestellt werden, dass der beim Sender zugesetzte Träger im Sinkensignal nicht mehr enthalten ist.

Auf den nächsten Seiten werden die Auswirkungen beschrieben, wenn die in den Punkten 2 bis 5 genannten Voraussetzungen nicht erfüllt sind.



## Einfluss eines Frequenzversatzes

Wie der Name „Synchrondemodulator“ bereits zum Ausdruck bringt, funktioniert dieser nur bei völliger Synchronität zwischen den Trägersignalen von Sender und Empfänger. Unterscheiden sich dagegen die Trägerfrequenzen um einen **Frequenzversatz**  $\Delta f_T$ , zum Beispiel

$$\begin{aligned} z(t) &= 1 \cdot \cos(2\pi f_T \cdot t + \phi_T), \\ z_E(t) &= 2 \cdot \cos(2\pi (f_T + \Delta f_T) \cdot t + \phi_T), \end{aligned}$$

so erhält man für das Spektrum des Sinkensignals:

$$\begin{aligned} V(f) &= \frac{1}{2} \cdot Q(f + \Delta f_T) + \frac{1}{2} \cdot Q(f - \Delta f_T) = \\ &= Q(f) \star \left[ \frac{1}{2} \cdot \delta(f + \Delta f_T) + \frac{1}{2} \cdot \delta(f - \Delta f_T) \right]. \end{aligned}$$

Dieses Ergebnis lässt sich anhand der Skizze auf der Seite **Beschreibung im Frequenzbereich** leicht verifizieren. Transformiert man obige Gleichung in den Zeitbereich, so erhält man:

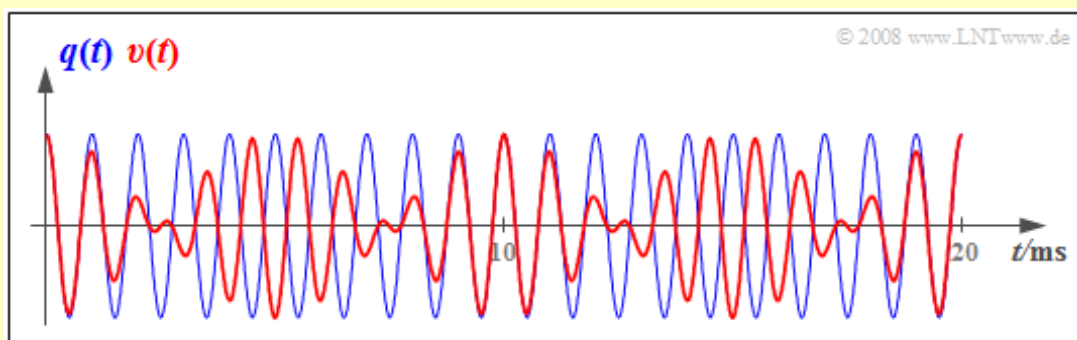
$$v(t) = q(t) \cdot \cos(2\pi \cdot \Delta f_T \cdot t).$$

Der Frequenzversatz  $\Delta f_T$ , der auf Realisierungsungenauigkeiten der Trägerrückgewinnung zurückgeht, ist – bezogen auf die Trägerfrequenz – meist sehr klein und bewegt sich im Bereich von einigen Hertz bis etwa 100 Hz. In diesem Zusammenhang spricht man dann von einer **Schwebung**.

**Beispiel:** Die Grafik zeigt ein cosinusförmiges Quellensignal mit der Frequenz  $f_N = 1 \text{ kHz} \Rightarrow$  **blaue Schwingung** und das mit einem Synchrondemodulator gewonnene Sinkensignal  $v(t) \Rightarrow$  **rote Kurve**, wobei ein Frequenzversatz von  $\Delta f_T = 100 \text{ Hz}$  zugrundegelegt wurde. Damit ergibt sich:

$$\begin{aligned} v(t) &= 1 \text{ V} \cdot \cos(2\pi \cdot 1 \text{ kHz} \cdot t) \cdot \cos(2\pi \cdot 0.1 \text{ kHz} \cdot t), \\ &= 0.5 \text{ V} \cdot \cos(2\pi \cdot 0.9 \text{ kHz} \cdot t) + 0.5 \text{ V} \cdot \cos(2\pi \cdot 1.1 \text{ kHz} \cdot t). \end{aligned}$$

Spektral gesehen werden aus der 1 kHz-Schwingung zwei Schwingungen mit den Frequenzen 0.9 kHz und 1.1 kHz halber Amplitude. Es entstehen neue Frequenzen – also nichtlineare Verzerrungen. Die gesendete Frequenz (1 kHz) ist dagegen in  $v(t)$  nicht mehr enthalten.



## Einfluss eines Phasenversatzes

Nun gelte für das sende- und für das empfängerseitige Trägersignal:

$$\begin{aligned} z(t) &= 1 \cdot \cos(2\pi f_T t + \phi_T), \\ z_E(t) &= 2 \cdot \cos(2\pi f_T t + \phi_E). \end{aligned}$$

Damit erhält man für das Signal direkt nach der Multiplikation mit dem **Phasenversatz**  $\Delta\phi_T = \phi_E - \phi_T$ :

$$\begin{aligned} b(t) &= q(t) \cdot \cos(\omega_T \cdot t + \phi_T) \cdot 2 \cdot \cos(\omega_T \cdot t + \phi_E) = \\ &= q(t) \cdot \cos(\Delta\phi_T) + q(t) \cdot \cos(2 \cdot \omega_T \cdot t + \phi_E + \phi_T). \end{aligned}$$

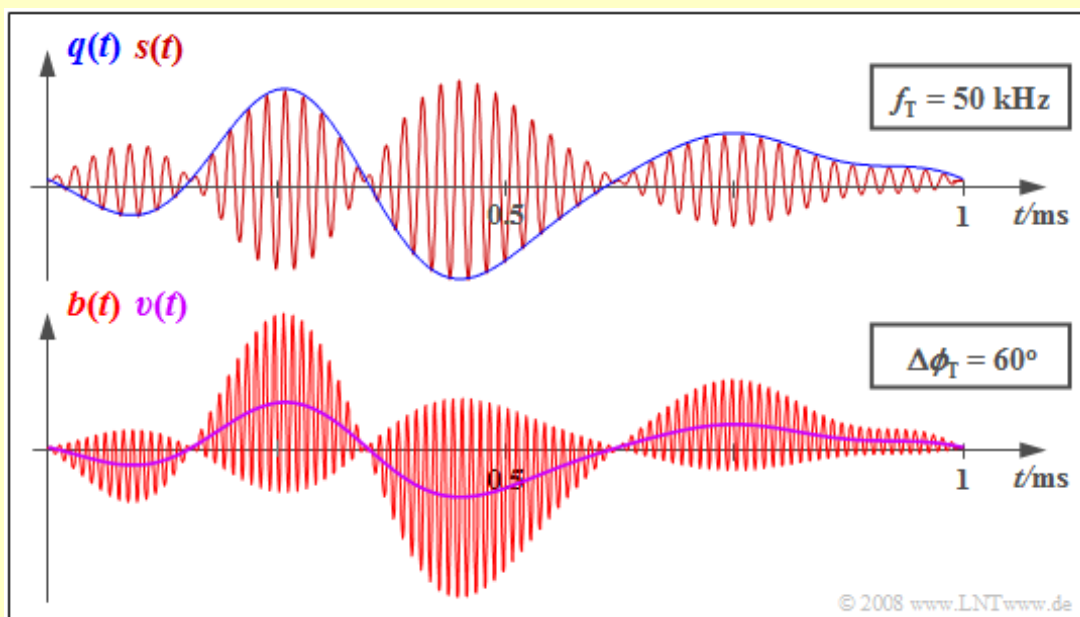
Unter Berücksichtigung des Tiefpassfilters ergibt sich somit für das Sinkensignal:

$$v(t) = q(t) \cdot \cos(\Delta\phi_T).$$

Das bedeutet: Bei ZSB-AM (mit oder ohne Träger) führt die Synchrondemodulation mit Phasenversatz nicht zu Verzerrungen, sondern lediglich zu einer **frequenzunabhängigen Dämpfung** um  $\cos(\Delta\phi_T)$ .

Der Grund für diese weniger gravierende Signalveränderung ist, dass hier im Gegensatz zur Gleichung für den Frequenzversatz die Zeit im Argument der Cosinusfunktion fehlt.

**Beispiel:** Die nachfolgende Grafik zeigt oben die Signale  $q(t)$  und  $s(t)$  am Sender und unten die empfängerseitigen Signale  $b(t)$  und  $v(t)$ .



Aufgrund des Phasenversatzes um  $\Delta\phi_T = \pi/3$  ( $60^\circ$ ) ist das Sinkensignal  $v(t)$  nur halb so groß wie das Quellensignal  $q(t)$ . Die Signalförm bleibt jedoch erhalten.

## Einfluss linearer Kanalverzerrungen (1)

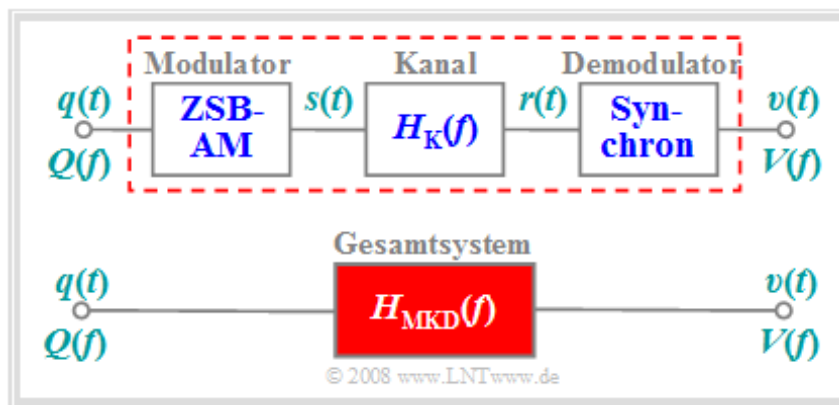
Im **Kapitel 2.3** von Buch „Lineare zeitinvariante Systeme“ wurde bereits angedeutet, dass das gesamte Übertragungssystem – bestehend aus Modulator, Kanal und Demodulator – durch den resultierenden Frequenzgang  $H_{MKD}(f)$  vollständig beschrieben werden kann, wenn

- das System entweder verzerrungsfrei ist, oder
- lediglich lineare Verzerrungen hinsichtlich der Signale  $q(t)$  und  $v(t)$  entstehen.

Nichtlineare Verzerrungen werden durch dieses Ersatzschaltbild nicht erfasst, da aufgrund der Gleichung

$$V(f) = Q(f) \cdot H_{MKD}(f)$$

das Entstehen neuer Frequenzen nicht möglich. Ist  $Q(f_0) = 0$ , so wird stets auch  $V(f_0) = 0$  gelten.



Die obigen Voraussetzungen sind bei folgender Systemvariante erfüllt:

- Der Modulator erzeugt eine ZSB-AM (mit oder ohne Träger) um die Trägerfrequenz  $f_T$ .
- Der Kanal ist durch den Frequenzgang  $H_K(f)$  mit Bandpass-Charakter beschreibbar.
- Der Synchrodemodulator ist frequenz- und phasensynchron und das Filter  $H_E(f)$  rechteckförmig.

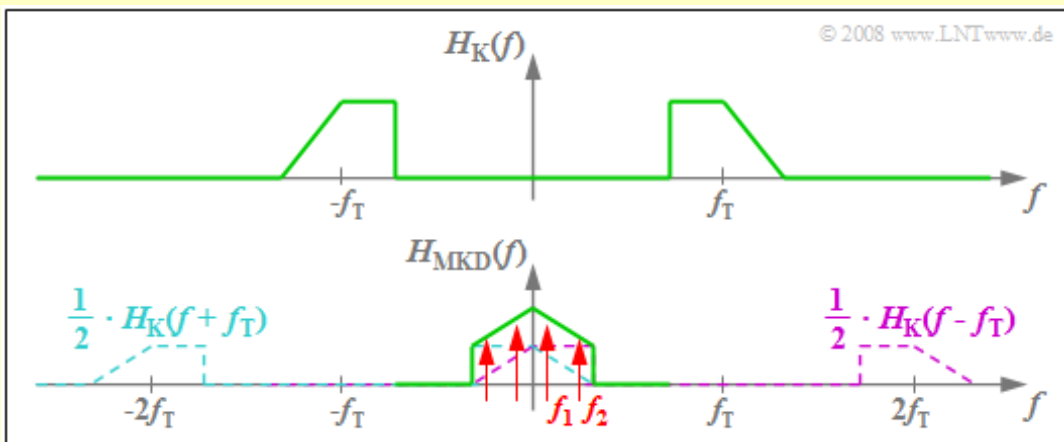
## Einfluss linearer Kanalverzerrungen (2)

Damit lautet der **resultierende Frequenzgang** von Modulator–Kanal–Demodulator:

$$H_{\text{MKD}}(f) = \frac{1}{2} \cdot [H_{\text{K}}(f + f_{\text{T}}) + H_{\text{K}}(f - f_{\text{T}})] .$$

Ist der Gesamtfrequenzgang  $H_{\text{MKD}}(f)$  nicht konstant, so werden die verschiedenen Spektralanteile des Quellensignals  $q(t)$  auch unterschiedlich übertragen. Ebenso kann es zu Phasenverzerrungen kommen, wenn die Phasenfunktion nichtlinear in  $f$  ist.

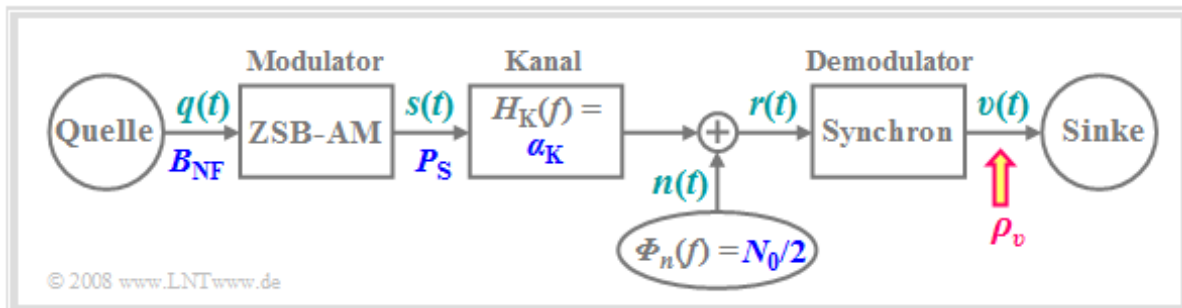
**Beispiel:** Die Grafik verdeutlicht die obige Berechnungsvorschrift für die resultierende Systemfunktion. Aus dem unsymmetrischen Bandpass  $H_{\text{K}}(f)$  – bezogen auf die Trägerfrequenz  $f_{\text{T}}$  – wird die im NF–Bereich (um  $f = 0$ ) symmetrische Funktion  $H_{\text{MKD}}(f)$ .



Besteht das Quellensignal aus zwei Frequenzanteilen – in der Grafik an den roten Markierungspfeilen zu erkennen – so wird die Spektrallinie bei  $f_2$  stärker gedämpft als die Frequenz  $f_1$ . Es gibt lineare Dämpfungsverzerrungen. Dass  $H_{\text{MKD}}(f)$  auch Anteile um  $\pm 2f_{\text{T}}$  beinhaltet, ist nicht weiter störend.

## Einfluss von Rauschstörungen (1)

Nun soll die Frage geklärt werden, in wie weit die Übertragungsqualität durch ein stochastisches Stör- bzw. Rauschsignal  $n(t)$  beeinträchtigt wird. Wir gehen dabei von folgendem Szenario aus, das bereits auf der Seite **Untersuchungen beim AWGN-Kanal** in Kapitel 1.2 vorgestellt wurde.



Insbesondere werden folgende Annahmen getroffen:

- Betrachtet wird eine Zweiseitenband-Amplitudenmodulation mit dem Modulationsgrad  $m$  sowie ein idealer Synchro demodulator ohne Phasen- und Frequenzversatz.
- Entsprechend dem erweiterten AWGN-Kanalmodell gilt für das Empfangssignal

$$r(t) = \alpha_K \cdot s(t) + n(t),$$

wobei  $\alpha_K$  ein frequenzunabhängiger Dämpfungsfaktor ist und das Störsignal  $n(t)$  weißes Rauschen mit der zweiseitigen Rauschleistungsdichte  $N_0/2$  modelliert.

- Stellvertretend für ein Quellensignal  $q(t)$  der Bandbreite  $B_{NF}$  wird hier von einem cosinusförmigen Nachrichtensignal ausgegangen:

$$q(t) = A_N \cdot \cos(2\pi \cdot B_{NF} \cdot t).$$

Mit diesen Annahmen gilt für das Sinkensignal

$$v(t) = \alpha_K \cdot q(t) + \varepsilon(t),$$

wobei die Ursache der stochastischen Komponente  $\varepsilon(t)$  das Bandpass-Rauschen  $n(t)$  am Eingang des Synchro demodulators ist.

Als quantitatives Maß für die Übertragungsqualität wird das **Signal-zu-Rausch-Leistungsverhältnis** an der Sinke verwendet, das hier mit den Leistungen von  $q(t)$  und  $\varepsilon(t)$  wie folgt lautet:

$$\rho_v = \frac{\alpha_K^2 \cdot P_q}{P_\varepsilon}.$$

Dieses Verhältnis bezeichnen wir im Folgenden kurz als das **Sinken-SNR**  $\rho_v$  und die logarithmische Darstellung  $10 \cdot \lg \rho_v$  als den **Sinken-Störabstand** in dB.

Auf der nächsten Seite berechnen wir zunächst die Leistung  $P_\varepsilon$  des Fehlersignals  $\varepsilon(t)$ , die wir der Einfachheit halber als „Rauschleistung“ bezeichnen.

## Einfluss von Rauschstörungen (2)

### Berechnung der Rauschleistung $P_\varepsilon$

Das Fehlersignal  $\varepsilon(t)$  erhält man aus dem Störsignal  $n(t)$  am Eingang durch

- Multiplikation mit  $z_E(t) = 2 \cdot \cos(\omega_T \cdot t + \phi_T)$  und
- eine anschließende (ideale) Tiefpassfilterung auf den Frequenzbereich  $\pm B_{NF}$ .

Für das Leistungsdichtespektrum  $\Phi_\varepsilon'(f)$  ohne Berücksichtigung des Tiefpasses gilt mit  $\Phi_n(f) = N_0/2$ :

$$\Phi_\varepsilon'(f) = \Phi_n(f) \star \Phi_{zE}(f).$$

In den Büchern „Signal-darstellung“ und „Stochastische Signaltheorie“ wurde gezeigt, dass das Spektrum und das Leistungsdichtespektrum eines Cosinussignals  $x(t) = A \cdot \cos(2\pi f_T t)$  wie folgt gegeben sind:

$$X(f) = \frac{A}{2} \cdot \delta(f + f_T) + \frac{A}{2} \cdot \delta(f - f_T),$$
$$\Phi_x(f) = \frac{A^2}{4} \cdot \delta(f + f_T) + \frac{A^2}{4} \cdot \delta(f - f_T).$$

Angewandt auf das empfangsseitige Trägersignal  $z_E(t)$  lautet die zweite Gleichung mit  $A = 2$ , und zwar unabhängig von der Phase (da im Leistungsdichtespektrum alle Phasenbeziehungen verloren gehen):

$$\Phi_{zE}(f) = \delta(f + f_T) + \delta(f - f_T).$$

Unter Berücksichtigung, dass  $\Phi_n(f)$  für alle Frequenzen konstant ist  $\Rightarrow$  „Weißes Rauschen“, ergibt sich:

$$\Phi_\varepsilon'(f) = \Phi_n(f + f_T) + \Phi_n(f - f_T) = 2\Phi_n(f) = N_0.$$

Das LDS nach dem Tiefpassfilter ist für  $|f| < B_{NF}$  genau so groß und außerhalb 0:

$$\Phi_\varepsilon(f) = \begin{cases} N_0 & \text{für } |f| < B_{NF}, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Durch Integration erhält man die Leistung  $P_\varepsilon = 2N_0 \cdot B_{NF}$ . Mit diesem Zwischenergebnis kann somit für das Sinken-SNR geschrieben werden:

$$\rho_v = \frac{\alpha_K^2 \cdot P_q}{P_\varepsilon} = \frac{\alpha_K^2 \cdot P_q}{N_0 \cdot B_{NF}}.$$

Auf der nächsten Seite wird noch der Zusammenhang zwischen der Leistung  $P_q$  des Quellensignals und der Sendeleistung  $P_S$  hergestellt.

## Einfluss von Rauschstörungen (3)

### Zusammenhang zwischen $P_q$ und $P_S$

Wir benötigen noch den Zusammenhang zwischen den Leistungen von

- Quellsignal  $q(t) \Rightarrow$  Leistung  $P_q$ , und
- Sendesignal  $s(t) \Rightarrow$  Sendeleistung  $P_S$ .

Im Falle der „ZSB-AM mit Träger“ gilt dabei mit dem Modulationsgrad  $m$ :

$$P_S = P_q/2 \cdot (1 + 2/m^2).$$

Anzumerken ist, dass diese Gleichung nur dann anwendbar ist, wenn  $q(t)$  eine harmonische Schwingung beschreibt. Die „ZSB-AM ohne Träger“ ist in der Gleichung als Sonderfall für  $m \rightarrow \infty$  mit enthalten.

**Beweis:** Ausgegangen wird jeweils von Cosinusschwingungen, also den folgenden Gleichungen:

$$q(t) = A_N \cdot \cos(\omega_N \cdot t),$$

$$\begin{aligned} s(t) &= (q(t) + A_T) \cdot \cos(\omega_T \cdot t) = \\ &= A_T \cdot \cos(\omega_T \cdot t) + A_N/2 \cdot \cos((\omega_T + \omega_N) \cdot t) + A_N/2 \cdot \cos((\omega_T - \omega_N) \cdot t). \end{aligned}$$

Die Leistung des Quellsignals, bezogen auf den Widerstand  $1 \Omega$ , beträgt mit der Periodendauer  $T_N$ :

$$P_q = \frac{1}{T_N} \cdot \int_0^{T_N} q^2(t) dt = \frac{A_N^2}{T_N} \cdot \int_0^{T_N} \cos^2(2\pi \frac{t}{T_N}) dt = \frac{A_N^2}{2}.$$

Entsprechend erhält man für die Leistung des Sendesignals:

$$P_S = \frac{A_T^2}{2} + \frac{(A_N/2)^2}{2} + \frac{(A_N/2)^2}{2} = \frac{A_T^2}{2} + \frac{A_N^2}{4} \Rightarrow P_S = 1/2 \cdot (P_q + A_T^2).$$

Diese Gleichung gilt sowohl für ZSB-AM ohne Träger ( $A_T = 0$ ) als auch für ZSB-AM mit Träger. Da  $q(t)$  als eine harmonische Schwingung vorausgesetzt wurde, kann mit dem Modulationsgrad  $m = A_N/A_T$  hierfür auch geschrieben werden:

$$P_S = \frac{A_N^2}{4} \cdot \left(1 + \frac{2A_T^2}{A_N^2}\right) = P_q/2 \cdot (1 + 2/m^2). \quad \text{q.e.d.}$$

Mit diesem weiteren Zwischenergebnis kann somit für das Sinken-SNR geschrieben werden:

$$\rho_v = \frac{\alpha_K^2 \cdot P_q}{P_\epsilon} = \frac{\alpha_K^2 \cdot P_S}{N_0 \cdot B_{NF}} \cdot \frac{1}{1 + 2/m^2}.$$

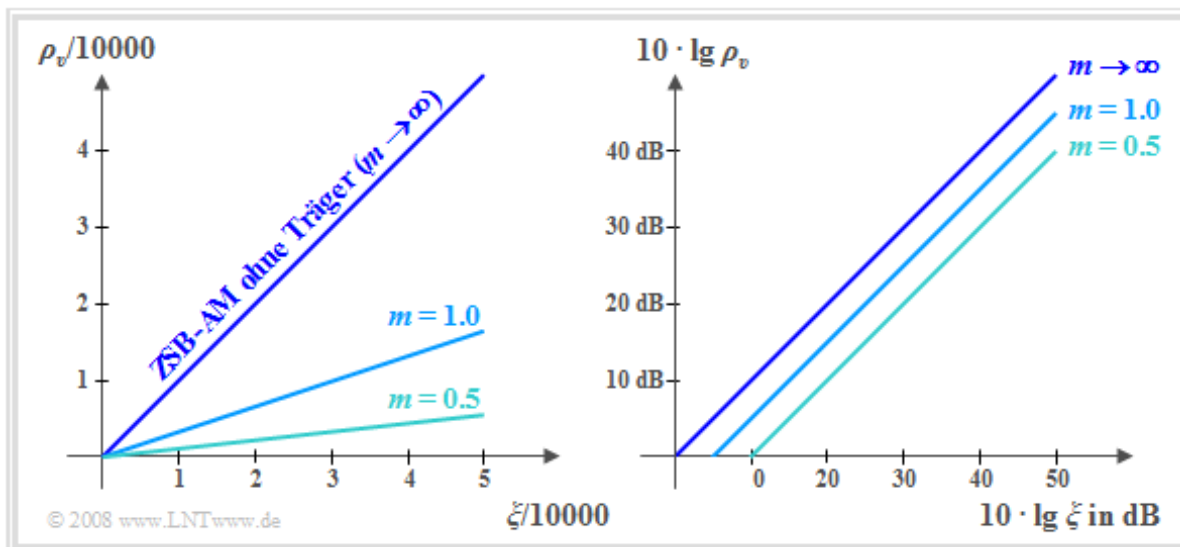
Auf der nächsten Seite wird diese Gleichung ausführlich diskutiert.

## Einfluss von Rauschstörungen (4)

Bereits in **Kapitel 1.2** wurde begründet, warum es Sinn macht, das Sinken-SNR  $\rho_v$  in Abhängigkeit der nachfolgend benannten Leistungskenngröße  $\xi$  anzugeben:

$$\xi = \frac{\alpha_K^2 \cdot P_S}{N_0 \cdot B_{NF}}$$

Die beiden folgenden Grafiken zeigen die entsprechenden Kurven – links linear und rechts in doppelt-logarithmischer Darstellung – und sind wie folgt zu interpretieren:



- Für die Systemvariante „ZSB-AM ohne Träger“ erhält man mit  $m \rightarrow \infty$  aus der Gleichung auf der letzten Seite den einfachen Zusammenhang  $\rho_v = \xi$ . Dies ergibt sowohl bei der linearen als auch bei der doppelt-logarithmischen Darstellung die Winkelhalbierende.
- Eine größere Sendeleistung  $P_S$  führt ebenso wie ein größerer Dämpfungsfaktor  $\alpha_K$  ( $\Rightarrow$  geringere Dämpfung) zu einem besseren Sinken-SNR. Auch durch eine kleinere Rauschleistungsdichte  $N_0$  und eine kleinere Bandbreite  $B_{NF}$  wird  $10 \cdot \lg \rho_v$  bei sonst gleichen Bedingungen vergrößert.
- Bei einer „ZSB-AM mit Träger“ gilt mit dem Modulationsgrad  $m$ :

$$\rho_v = \xi \cdot \frac{1}{1 + 2/m^2} \Rightarrow 10 \cdot \lg \rho_v = 10 \cdot \lg \xi - 10 \cdot \lg (1 + 2/m^2)$$

In der doppelt-logarithmischen Darstellung führt dies zu einer Parallelverschiebung der Kurven nach unten, zum Beispiel um 4.77 dB bei  $m = 1$  und um 9.54 dB bei  $m = 0.5$ .

- Alle Aussagen gelten unter der Voraussetzung eines idealen Synchrondemodulators. In diesem Fall macht das Verfahren „ZSB-AM mit Träger“ eigentlich keinen Sinn. Der zugesetzte Träger führt nur zu einer unnötig großen Sendeleistung und kann zur Demodulation nicht genutzt werden.
- Die Kurven gelten für perfekte Frequenz- und Phasensynchronisation. Um die Parameter  $f_T$  und  $\phi_T$  mit weniger Aufwand aus dem Empfangssignal  $r(t)$  ermitteln zu können, macht ein kleiner Trägeranteil im Sendesignal durchaus Sinn. Mit  $m = 3$  ergibt sich dann nur eine unwesentliche Verschlechterung gegenüber „ZSB-AM ohne Träger“ von weniger als einem dB.



## Funktionsweise bei idealen Bedingungen

Wir gehen zunächst von folgenden Voraussetzungen aus:

- Das Quellsignal  $q(t)$  sei gleichsignalfrei und betragsmäßig auf  $q_{\max}$  begrenzt.
- Die Übertragung basiert auf dem Modulationsverfahren „ZSB-AM mit Träger“. Zur einfacheren Darstellung wird die Trägerphase ohne Einschränkung der Allgemeingültigkeit  $\phi_T = 0$  gesetzt:

$$s(t) = (q(t) + A_T) \cdot \cos(\omega_T \cdot t).$$

- Der Modulationsgrad sei  $m \leq 1$ . Aus der Definition  $m = q_{\max}/A_T$  folgt somit auch  $q(t) + A_T \geq 0$ .
- Der Kanal sei ideal, das heißt, es gibt keine Verzerrungen, keine Dämpfung, keine Laufzeit und keine (Rausch-) Störungen. Mit  $H_K(f) = 1$  und  $n(t) = 0$  erhält man somit für das Empfangssignal:

$$r(t) = s(t) = a(t) \cdot \cos(\omega_T \cdot t).$$

- In dieser Gleichung bezeichnet  $a(t)$  die Hüllkurve von  $r(t)$ . Die Phasenfunktion  $\phi(t)$  ist 0.

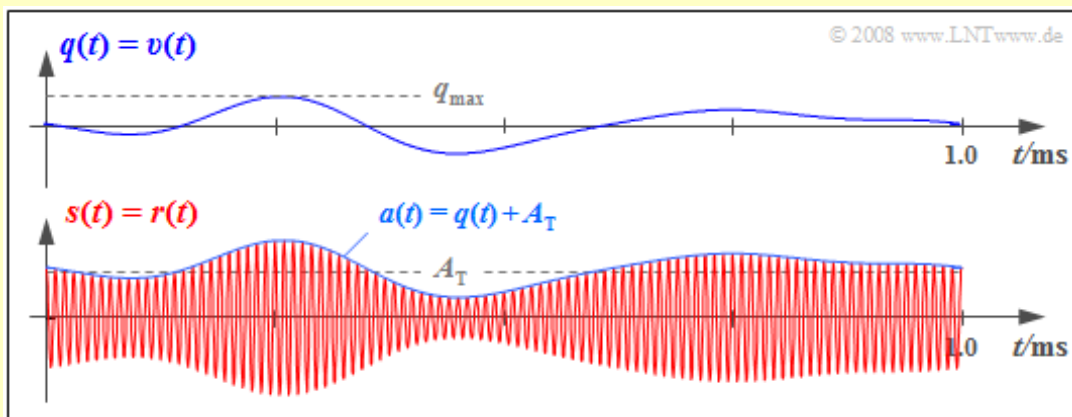
**Definition:** Ein **Hüllkurvendemodulator** detektiert die Hüllkurve  $a(t)$  seines Eingangssignals  $r(t)$  und gibt diese nach Eliminierung des Gleichanteils  $A_T$  als Sinkensignal aus:

$$v(t) = a(t) - A_T.$$

Die Entfernung des Gleichanteils  $A_T$  kann beispielsweise durch einen Hochpass realisiert werden, der alle Frequenzen bis auf  $f = 0$  ungehindert passieren lässt.

Sind alle obigen Voraussetzungen erfüllt, so gilt  $v(t) = q(t)$ . Das bedeutet, dass mit einem (idealen) Hüllkurvendemodulator durchaus ein ideales Nachrichtenübertragungssystem realisiert werden kann.

**Beispiel:** Unten sehen Sie das Empfangssignal  $r(t) = s(t)$ , wobei „ZSB-AM mit Träger“ zugrunde liegt (Modulationsgrad  $m = 0.5$ ). Die vom Hüllkurvendemodulator auszuwertende Hüllkurve  $a(t)$  ist gleich der Summe aus dem Quellsignal  $q(t)$  und dem beim Sender zugesetzten Gleichanteil  $A_T$ .



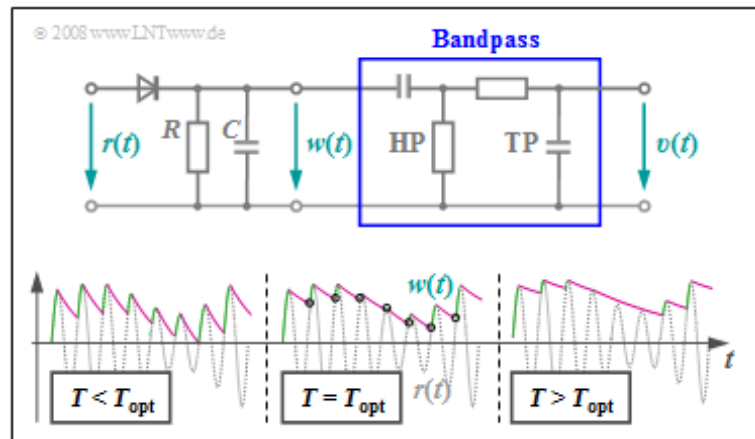
Für das Demodulatorausgangssignal nach Eliminierung des Gleichanteils  $A_T$  mit einem Hochpass gilt  $v(t) = q(t)$ , vorausgesetzt, dass das Quellsignal  $q(t)$  keinen Gleichanteil beinhaltet hat. Ein solcher würde durch den Hochpass ebenfalls entfernt.

## Realisierung eines Hüllkurvendemodulators (1)

Die nebenstehende Schaltung zeigt eine einfache **Realisierungsmöglichkeit** des Hüllkurvendemodulators.

Darunter sehen Sie die Signale  $r(t)$  und  $w(t)$  zur Verdeutlichung des Prinzips.

Betrachten Sie zunächst den mit  $T = T_{\text{opt}}$  bezeichneten mittleren Signalausschnitt.



Der erste Schaltungsteil – bestehend aus einer Diode und der Parallelschaltung eines Widerstands  $R$  und einer Kapazität  $C$  – erfüllt folgende Aufgaben:

- Ist das grau gezeichnete Signal  $r(t)$  größer als die Spannung  $w(t)$  an  $R$  und  $C$ , so leitet die Diode, es gilt  $w(t) = r(t)$  und die Kapazität  $C$  wird aufgeladen. Diese Bereiche sind grün markiert.
- Gilt  $r(t) < w(t)$  wie zu den violett markierten Zeiten, so sperrt die Diode und die Kapazität entlädt sich über den Widerstand  $R$ . Das Signal fällt exponentiell mit der Zeitkonstanten  $T = R \cdot C$  ab.
- Ab den mit Kreisen markierten Zeitpunkten gilt wieder  $r(t) > w(t)$  und die Kapazität wird wieder aufgeladen. Man erkennt aus der Skizze, dass  $w(t)$  in etwa mit der Hüllkurve  $a(t)$  übereinstimmt.
- Die Abweichungen zwischen  $w(t)$  und  $a(t)$  sind um so geringer, je größer die Trägerfrequenz im Vergleich zur Nachrichtenfrequenz ist. Als Richtwert wird oft  $f_T \geq 100 \cdot B_{\text{NF}}$  angegeben.
- Gleichzeitig sollte die Zeitkonstante  $T$  stets sehr viel größer als  $1/f_T$  und sehr viel kleiner als  $1/B_{\text{NF}}$  sein. Ein guter Kompromiss ist das geometrische Mittel zwischen beiden Grenzen:

$$1/f_T \ll T \ll 1/B_{\text{NF}}, \quad T_{\text{opt}} = 1/\sqrt{f_T \cdot B_{\text{NF}}}.$$

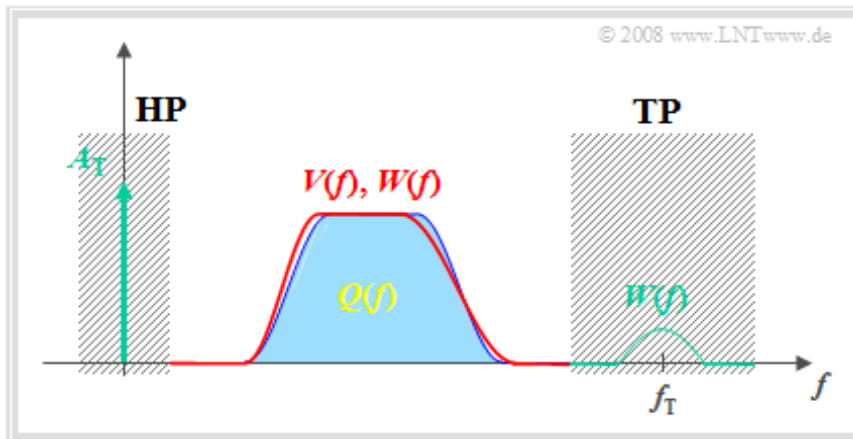
- Ist die Zeitkonstante  $T$  zu klein wie im linken Bereich obiger Skizze, so wird der Kondensator stets zu schnell entladen und die Differenz  $w(t) - a(t)$  unnötig groß.
- Auch ein zu großer Wert  $T > T_{\text{opt}}$  führt zu einer Verschlechterung, wie im rechten Signalausschnitt dargestellt. In diesem Fall kann  $w(t)$  der Hüllkurve  $a(t)$  nicht mehr folgen.

**Beispiel:** Bei einer  $\text{NF}$ -Bandbreite von 5 kHz sollte die Trägerfrequenz mindestens 500 kHz gewählt werden. Die Zeitkonstante  $T$  muss sehr viel größer als  $1/f_T = 2 \mu\text{s}$  und gleichzeitig sehr viel kleiner als  $1/B_{\text{NF}} = 200 \mu\text{s}$  sein. Der optimale Wert entsprechend der Kompromissformel ist dann:

$$T_{\text{opt}} = 1/\sqrt{5 \cdot 10^5 \text{ Hz} \cdot 5 \cdot 10^3 \text{ Hz}} = 20 \mu\text{s}.$$

## Realisierung eines Hüllkurvendemodulators (2)

Die folgende Grafik verdeutlicht die Wirkungsweise des Hüllkurvendemodulators im Frequenzbereich:



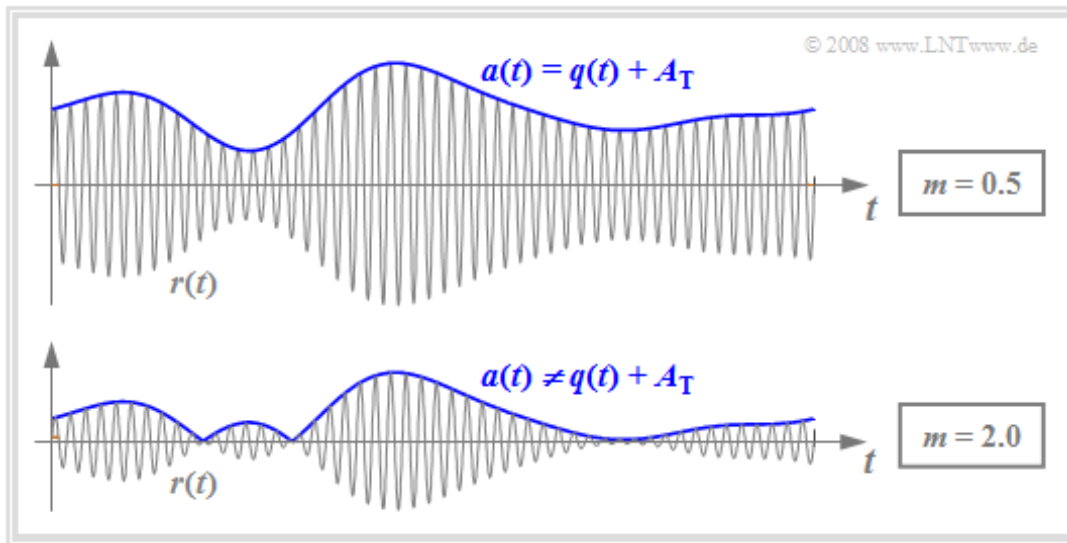
Das Spektrum  $W(f)$  des Signals  $w(t)$  an der RC-Parallelschaltung unterscheidet sich vom Spektrum  $Q(f)$  des Quellensignals wie folgt:

- Aufgrund des beim Sender zugesetzten Trägersignals  $z(t)$  beinhaltet die Spektralfunktion  $W(f)$  eine Diraclinie bei  $f=0$  mit dem Gewicht  $A_T$  (Trägeramplitude).
- $W(f)$  weist zudem auch Spektralanteile im Bereich um die Trägerfrequenz  $f_T$  auf, die sich mit dem gezackten Zeitverlauf  $w(t)$  erklären lassen (siehe Grafik auf der letzten Seite).
- Auch im NF-Bereich unterscheidet sich  $W(f)$  gegenüber  $Q(f)$  geringfügig. Der Fehler wird dabei um so geringer sein, je größer die Trägerfrequenz im Vergleich zur NF-Bandbreite ist.

Während die zwei erstgenannten Signalverfälschungen durch den Hochpass und den Tiefpass eliminiert werden, bleibt die geringfügige Abweichung zwischen dem Sinkensignal  $v(t)$  und dem Quellensignal  $q(t)$  im Bereich  $0 < f < B_{NF}$  erhalten, wie aus dem Vergleich von  $V(f)$  und  $Q(f)$  hervorgeht.

## Anwendung der Hüllkurvendemodulation bei $m > 1$

Die Grafik auf dieser Seite zeigt die ZSB-AM-Signale für  $m = 0.5$  und  $m = 2$ .



Aus dieser Darstellung erkennt man folgende Unterschiede:

- Solange der Modulationsgrad  $m \leq 1$  ist, gilt für die Hüllkurve des Bandpass-Signals:

$$a(t) = q(t) + A_T.$$

Hier ist mit dem Hüllkurvendemodulator eine ideale Demodulation möglich:  $v(t) = q(t)$ .

- Dagegen gilt bei  $m > 1$  folgender Zusammenhang:

$$a(t) = |q(t) + A_T|.$$

Hier führt die Hüllkurvendemodulation stets zu **nichtlinearen Verzerrungen**. Das Sinkensignal  $v(t)$  wird nun auch neue Frequenzen beinhalten, die in  $q(t)$  nicht vorhanden waren.

- Für den Gleichanteil (Erwartungswert) der Hüllkurve gilt:

$$E[a(t)] \neq A_T.$$

Da nun dieser Gleichanteil  $E[a(t)]$  anstelle von  $A_T$  durch den Hochpass entfernt wird, kommt es zusätzlich zu einer Pegelverschiebung.

## Beschreibung mit Hilfe des äquivalenten TP-Signals (1)

Insbesondere dann, wenn das Quellensignal  $q(t)$  als Summe von harmonischen Schwingungen dargestellt werden kann, ist eine Signalbeschreibung mit dem **äquivalenten TP-Signal**  $|r_{\text{TP}}(t)|$  äußerst vorteilhaft. Dieses wurde im **Kapitel 4.3** des Buches „Signaldarstellung“ ausführlich beschrieben.

Lässt man Rauschen/Störungen außer Betracht, so kann für das Empfangssignal geschrieben werden:

$$r(t) = a(t) \cdot \cos(\omega_T \cdot t + \phi(t)).$$

Diese Gleichung gilt für jede Form der Amplitudenmodulation bei unterschiedlichen Randbedingungen:

- Zweiseitenband (ZSB) oder Einseitenband (ESB),
- mit oder ohne Träger,
- idealer Kanal oder linear verzerrender Kanal.

Das dazugehörige äquivalente TP-Signal ist im allgemeinen Fall komplex und lautet:

$$r_{\text{TP}}(t) = a(t) \cdot e^{j \cdot \phi(t)}.$$

Die in den Gleichungen enthaltenen Zeitfunktionen  $a(t)$  und  $\phi(t)$  sind bei beiden Darstellungen identisch:

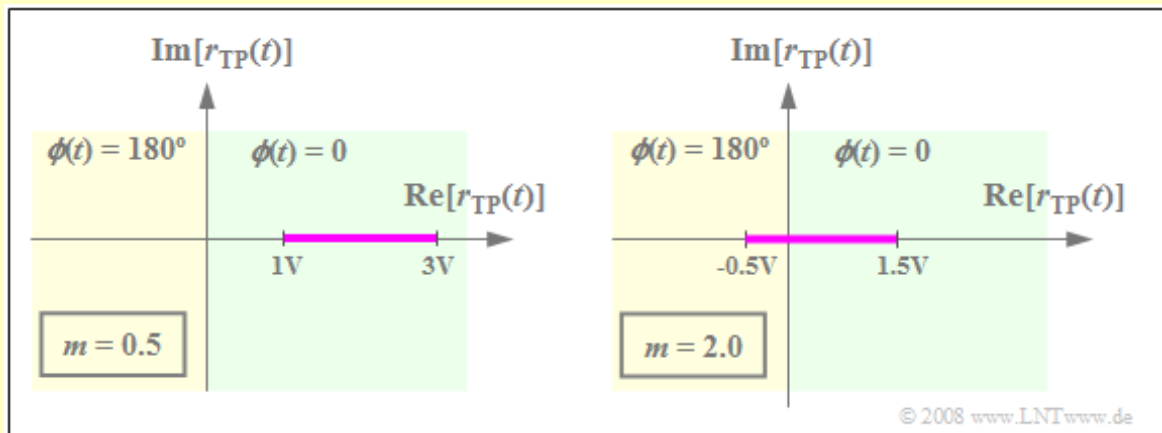
- $a(t)$  beschreibt die **Hüllkurve** (zeitabhängige Amplitude) des physikalischen Signals  $r(t)$  bzw. den Betrag  $|r_{\text{TP}}(t)|$  des äquivalenten TP-Signals. Dieser wird bei Hüllkurvendemodulation detektiert.
- $\phi(t)$  ist die **zeitabhängige Phase**. Diese Funktion beinhaltet alle Informationen über die Lage der Nulldurchgänge von  $r(t)$  und gibt an, ob eine zusätzliche Phasenmodulation wirksam ist.

## Beschreibung mit Hilfe des äquivalenten TP-Signals (2)

Im Fall der Zweiseitenband-Amplitudenmodulation gilt bei idealem Kanal:

- Die **Ortskurve** – darunter versteht man die zeitabhängige Darstellung des Signals  $r_{TP}(t)$  in der komplexen Ebene – ist eine horizontale Gerade auf der reellen Achse.
- Daraus folgt weiter, dass die Phasenfunktion nur die zwei Werte 0 und  $\pi$  ( $180^\circ$ ) annehmen kann. Bei  $m \leq 1$  ist  $\phi(t) \equiv 0$  und die Hüllkurvendemodulation ist verzerrungsfrei anwendbar.
- Dagegen liegt bei einem Modulationsgrad  $m > 1$  ein Teil der Ortskurve in der linken Halbebene, und es kommt es bei Anwendung der Hüllkurvendemodulation zu **nichtlinearen Verzerrungen**.

**Beispiel:** Das Quellensignal  $q(t)$  kann alle Werte zwischen  $\pm 1$  V annehmen. Durch Zusetzen eines Gleichanteils von  $A_T = 2$  V ergibt sich eine ZSB-AM mit dem Modulationsgrad  $m = 0.5$ , deren Ortskurve in der linken Grafik zu sehen ist. Zu allen Zeiten liegt  $r_{TP}(t)$  in der rechten Halbebene und die Zeigerlänge verändert sich entsprechend dem Nachrichtensignal  $q(t)$ .



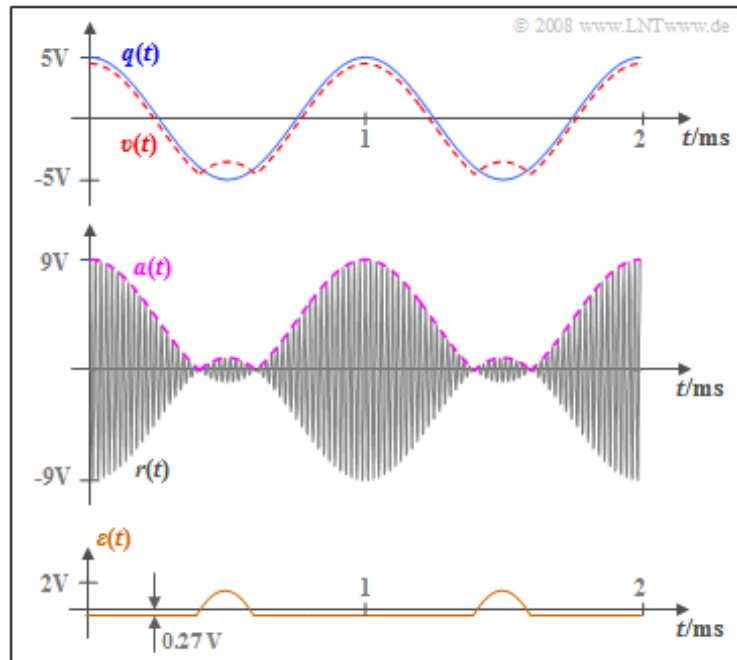
Die rechte Grafik beschreibt die Ortskurve für  $A_T = 0.5$  V bzw.  $m = 2$ . Nun kann  $r_{TP}(t)$  alle reellen Werte zwischen  $-0.5$  V und  $1.5$  V annehmen. Da der Hüllkurvendemodulator jedoch nicht zwischen positiven und negativen Werten unterscheiden kann, kommt es zu nichtlinearen Verzerrungen.

Die entsprechenden physikalischen Signale  $q(t)$ ,  $r(t)$  sowie  $v(t)$  zu diesem Beispiel finden Sie in der Grafik auf **Seite 3** dieses Abschnitts.

## Sonderfall eines sinusförmigen Nachrichtensignals

Zur quantitativen Erfassung der nichtlinearen Verzerrungen aufgrund eines Modulationsgrades größer 1 gehen wir nun von folgendem Szenario aus:

- cosinusförmiges Quellensignal:  
 $q(t) = A_N \cdot \cos(\omega_N \cdot t);$
- ZSB-AM mit Träger:  
 $s(t) = (q(t) + A_T) \cdot \cos(\omega_N \cdot t),$   
 $r(t) = s(t);$
- Modulationsgrad:  
 $m = A_N/A_T = 1.25;$
- ideale Hüllkurvendemodulation:  
 $a(t) = |q(t) + A_T|;$
- Eliminierung des Gleichanteils durch Tiefpass:  
 $r(t) = a(t) - E[a(t)].$



Die Grafiken zeigen die Signale  $q(t)$ ,  $r(t)$ ,  $a(t)$ ,  $v(t)$  sowie das Fehlersignal  $\varepsilon(t) = v(t) - q(t)$  aufgrund von nichtlinearen Verzerrungen für die Signalparameter  $A_N = 5 \text{ V}$ ,  $f_N = 2 \text{ kHz}$ ,  $A_T = 4 \text{ V}$  und  $f_T = 100 \text{ kHz}$ . Anhand der Grafiken sind folgende Aussagen möglich:

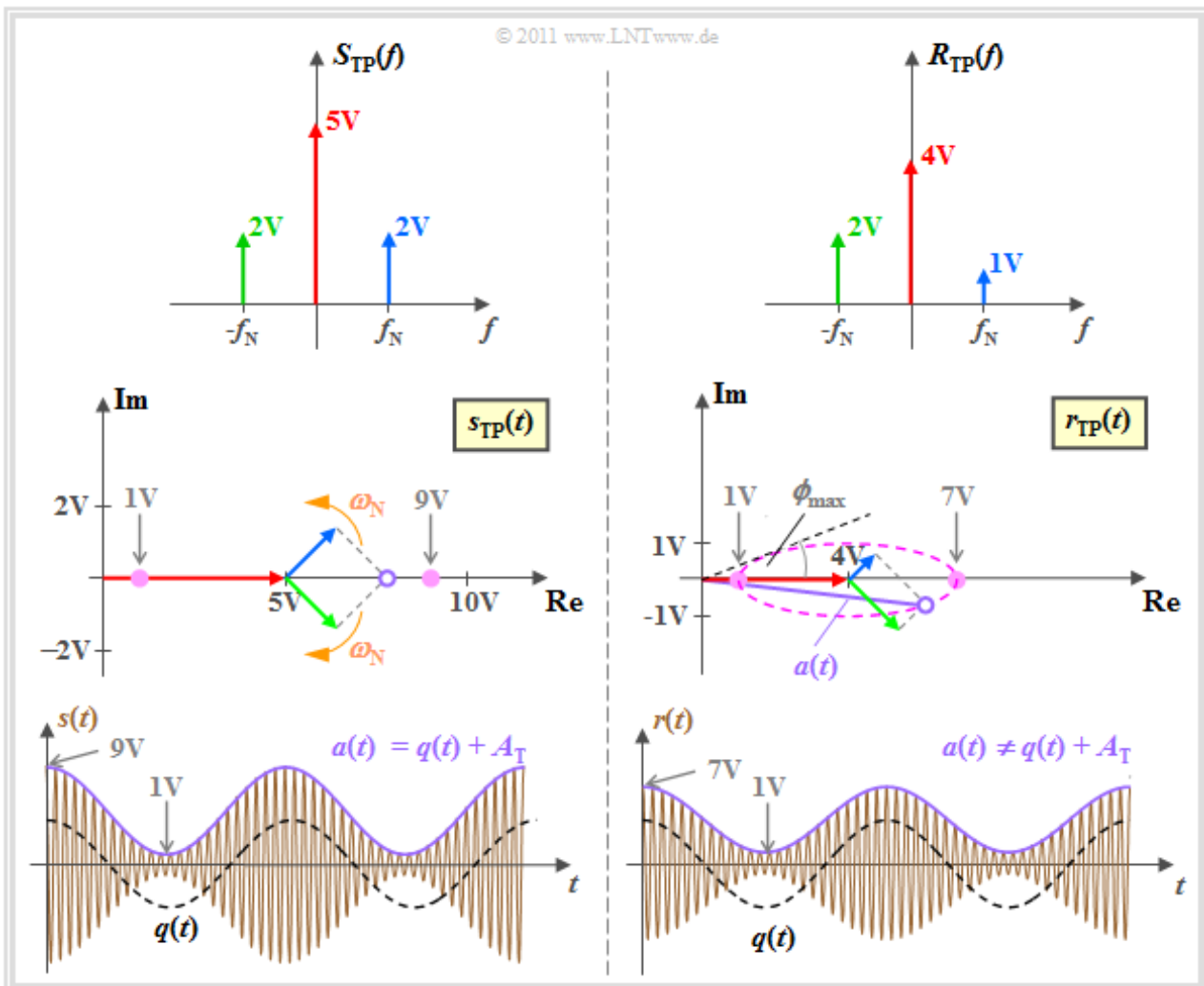
- Ein Vergleich der Signale  $q(t)$  und  $a(t)$  zeigt, dass im vorliegenden Beispiel zu etwa 80% aller Zeiten die Hüllkurve  $a(t)$  das Quellensignal  $q(t)$  richtig wiedergibt.
- Das Sinkensignal  $v(t)$  unterscheidet sich von der Hüllkurve  $a(t)$  durch dessen Erwartungswert  $E[a(t)]$ , der durch den Tiefpass des Hüllkurvendemodulators entfernt wird.
- Da  $E[a(t)] = 4.27 \text{ V}$  nicht mit  $A_T = 4 \text{ V}$  übereinstimmt, unterscheidet sich  $v(t)$  von  $q(t)$  auch in den Bereichen, in denen  $a(t)$  richtig detektiert wird, und zwar um den konstanten Wert  $0.27 \text{ V}$ .
- Aus dem cosinusförmigen Quellensignal wird ein Signal  $v(t)$  mit Oberwellen:  
 $v(t) = A_1 \cdot \cos(\omega_N t) + A_2 \cdot \cos(2\omega_N t) + A_3 \cdot \cos(3\omega_N t) + \dots$   
 $\Rightarrow A_1 = 4.48 \text{ V}, A_2 = 0.46 \text{ V}, A_3 = -0.37 \text{ V}, A_4 = 0.26 \text{ V}, \dots$
- Damit erhält man für die einzelnen Klirrfaktoren sowie den Gesamtklirrfaktor:  
 $K_2 = |A_2|/A_1 = 0.102, K_3 = |A_3|/A_1 = 0.082, K_4 = |A_4|/A_1 = 0.058, \dots$   
 $\Rightarrow K = \sqrt{K_2^2 + K_3^2 + K_4^2 + \dots} \approx 15\%.$
- Im **Kapitel 1.2** wurde gezeigt, dass damit auch das SNR  $\rho_v = 1/K^2 \approx 44$  festliegt.  $\rho_v$  kann im Gegensatz zum Klirrfaktor  $K$  auch dann als Qualitätskriterium herangezogen werden, wenn  $q(t)$  mehr als eine Frequenz beinhaltet  $\Rightarrow$  Herleitung im Buch **Lineare zeitinvariante Systeme**.

## Berücksichtigung von Kanalverzerrungen (1)

Für die folgenden Betrachtungen setzen wir das Modulationsverfahren „ZSB-AM mit Träger“ sowie ein cosinusförmiges Quellensignal  $q(t)$  voraus. Die Amplituden von Nachrichten- und Trägersignal seien  $A_N = 4 \text{ V}$  und  $A_T = 5 \text{ V} \Rightarrow$  Modulationsgrad  $m = 0.8$ . Damit ist (ideale) Hüllkurvendemodulation prinzipiell anwendbar.

Die nachfolgende Grafik zeigt von oben nach unten

- die Spektren  $S_{TP}(f)$  und  $R_{TP}(f)$  des äquivalenten TP-Signals, die als reell angenommen werden,
- die äquivalenten Tiefpass-Signale  $s_{TP}(t)$  und  $r_{TP}(t)$  in der komplexen Ebene, und schließlich
- die physikalischen Signale  $s(t)$  und  $r(t)$ .



- Die linke Bildhälfte zeigt die Senderseite und gibt gleichzeitig die Verhältnisse am Empfänger bei idealem Kanal an. Wegen des Modulationsgrades  $m \leq 1$  erkennt man in der Hüllkurve  $a(t)$  das Quellensignal  $q(t)$ . Hüllkurvendemodulation ist also ohne Verzerrungen anwendbar.
- Die rechte Hälfte berücksichtigt unsymmetrische Kanalverzerrungen. Der Träger wird mit  $\alpha_T = 0.8$  gedämpft, das obere Seitenband sogar mit  $\alpha_O = 0.5$ . Nun verläuft die Hüllkurve  $a(t) \neq q(t) + A_T$  nicht mehr cosinusförmig  $\Rightarrow$  Hüllkurvendemodulation führt hier zu nichtlinearen Verzerrungen.

Die detaillierten Bildbeschreibungen folgen auf den beiden nächsten Seiten.

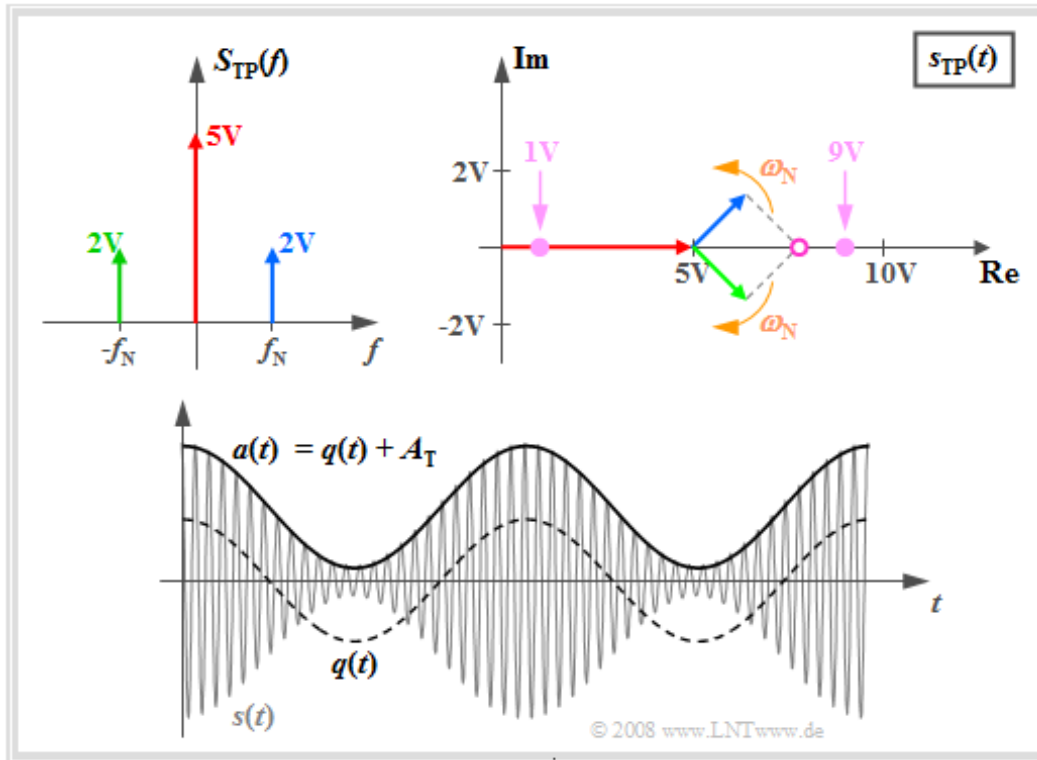


## Berücksichtigung von Kanalverzerrungen (2)

Es gelte weiterhin  $A_N = 4 \text{ V}$  und  $A_T = 5 \text{ V} \Rightarrow$  Modulationsgrad  $m = 0.8$ . Die Grafik verdeutlicht den Einsatz eines idealen Hüllkurvendemodulators bei idealem Kanal, wobei die Identitäten

$$R_{\text{TP}}(f) = S_{\text{TP}}(f), \quad r_{\text{TP}}(t) = s_{\text{TP}}(t), \quad r(t) = s(t).$$

berücksichtigt sind.

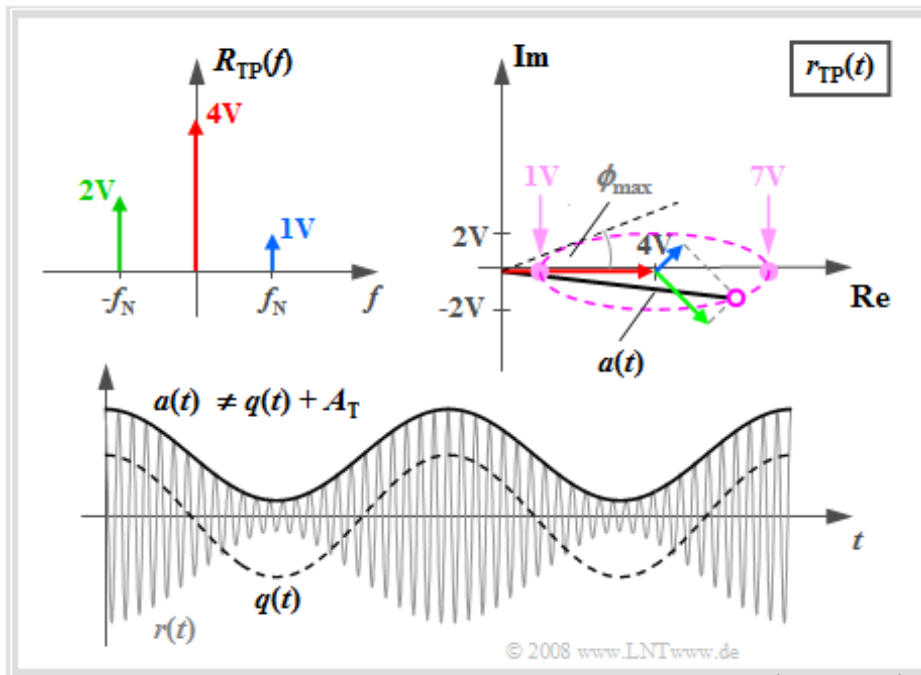


Man erkennt aus diesen Darstellungen:

- Der den Träger beschreibende rote Zeiger der Länge  $A_T$  liegt fest. Das obere Seitenband (blau) dreht in mathematisch positiver Richtung, das untere Seitenband (grün) entgegengesetzt.
- Da der blaue und der grüne Zeiger beide mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit  $\omega_N$  drehen, aber in entgegengesetzte Richtungen, ist die vektorielle Summe aller Zeiger zu allen Zeiten reell.
- Ist der Modulationsgrad  $m \leq 1$ , so gilt für alle Zeiten  $r_{\text{TP}}(t) \geq 0$  und  $\phi(t) = 0$ . Das bedeutet, dass die Nulldurchgänge von  $r(t)$  genau mit denen des Trägersignals  $z(t)$  übereinstimmen.
- Die Hüllkurve  $a(t)$  des physikalischen Signals  $r(t)$  ist gleich der resultierenden Zeigerlänge, also gleich dem Betrag von  $r_{\text{TP}}(t)$ . Da der Modulationsgrad kleiner 1 ist, gilt  $a(t) = q(t) + A_T$ .
- Bei den gegebenen Amplitudenwerten liegt die Ortskurve  $r_{\text{TP}}(t)$  auf der reellen Achse zwischen den Endpunkten  $A_T - A_N = 1 \text{ V}$  und  $A_T + A_N = 9 \text{ V}$ .
- Die Ortskurve auf der reellen Achse in der rechten Halbebene ist ein Indiz dafür, dass durch einen Hüllkurvendemodulator das Nachrichtensignal verzerrungsfrei extrahiert werden kann.

## Berücksichtigung von Kanalverzerrungen (3)

Betrachten wir nun die gleichen Grafiken für den verzerrenden Kanal mit  $\alpha_U = 1$ ,  $\alpha_T = 0.8$  und  $\alpha_O = 0.5$ . Das USB wird hier nicht verändert, während der Träger und noch mehr das OSB gedämpft werden.



Diese Grafiken lassen sich wie folgt interpretieren:

- Aufgrund der unterschiedlichen Längen von grünem Zeiger (USB) und blauem Zeiger (OSB) wird die Ortskurve zu einer Ellipse, deren Zentrum durch den (roten) Träger festliegt.
- Der Winkel zwischen dem komplexwertigen  $r_{TP}(t)$  und dem Koordinatenursprung ist nun nicht mehr durchgängig  $\phi(t) = 0$ , sondern schwankt zwischen  $\pm\phi_{max}$ .
- Die maximale Phase ist gleich dem Winkel der Tangente an die Ellipse. Im physikalischen Signal führt  $\phi(t) \neq 0$  zu Verschiebungen der Nulldurchgänge von  $r(t)$  gegenüber dem Trägersignal  $z(t)$ .
- Der Betrag  $a(t) = |r_{TP}(t)|$  – also die Hüllkurve von  $r(t)$  – ist nun nicht mehr cosinusförmig, und das Signal nach dem Hüllkurvendemodulator beinhaltet außer der Frequenz  $f_N$  auch Oberwellen:

$$v(t) = A_1 \cdot \cos(\omega_N \cdot t) + A_2 \cdot \cos(2\omega_N \cdot t) + A_3 \cdot \cos(3\omega_N \cdot t) + \dots$$

- Diese führen zu nichtlinearen Verzerrungen und werden durch den Klirrfaktor  $K$  erfasst. Mit  $A_N = 4 \text{ V}$ ,  $A_T = 5 \text{ V}$ ,  $\alpha_U = 1$  und  $\alpha_T = 0.8$  ergeben sich in Abhängigkeit von  $\alpha_O$  folgende Werte:

$$\alpha_O = 1 \text{ (verzerrungsfreier Kanal): } K = 0,$$

$$\alpha_O = 0.75 : K \approx 0.4\%, \quad \alpha_O = 0.5 : K \approx 1.5\%, \quad \alpha_O = 0.25 : K \approx 4\%,$$

$$\alpha_O = 0 \text{ (vollständige Unterdrückung des OSB): } K = 10\%.$$

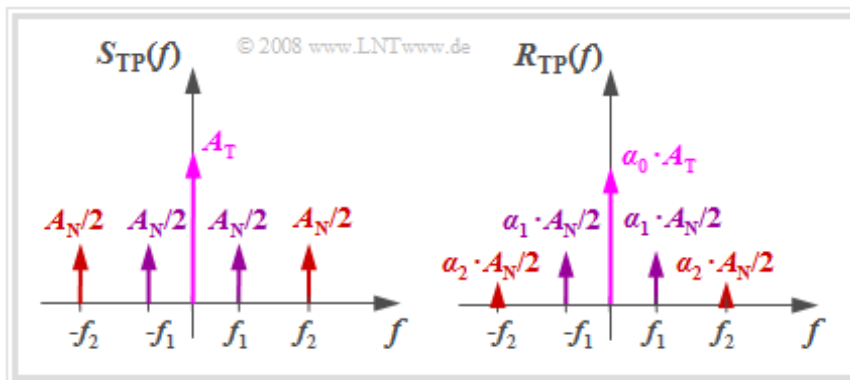
Obige Grafiken gelten für  $\alpha_O = 0.5$ . Es ist allerdings schwierig, im Signal  $r(t)$  die Verschiebungen der Nulldurchgänge (um maximal  $25^\circ/360^\circ \approx 7\%$  der Trägerperiode  $T_0$ ) sowie die Abweichung von der idealen Cosinusform  $\Rightarrow K \approx 1.5\%$  mit dem bloßen Auge zu erkennen.

## Symmetrische Kanalverzerrungen – Dämpfungsverzerrungen

Ein wesentliches Ergebnis der letzten Seiten war, dass es bei unsymmetrischen linearen Verzerrungen auf dem Kanal zu nichtlinearen Verzerrungen bezüglich des Nachrichtensignals kommt. Wird dagegen das untere Seitenband in gleicher Weise gedämpft wie das obere Seitenband, so ist die Ortskurve wieder eine horizontale Gerade und es entstehen keine nichtlinearen Verzerrungen. Vielmehr sind dann die Verzerrungen bezüglich  $q(t)$  und  $v(t)$  – ebenso wie die Verzerrungen bezüglich  $s(t)$  und  $r(t)$  – linear und können durch ein geeignet dimensioniertes Filter entzerrt werden.

Wir gehen hier von folgenden Voraussetzungen aus:

- Quellensignal  $q(t)$  – bestehend aus zwei Cosinusanteilen bei den Frequenzen  $f_1$  und  $f_2$  mit den Amplituden  $A_1$  und  $A_2$ .
- ZSB-AM mit Träger, so dass sich das Sendesignal  $s(t)$  aus insgesamt fünf Cosinusschwingungen bei den Frequenzen  $f_T, f_T \pm f_1$  und  $f_T \pm f_2$  zusammensetzt.
- Kanal mit Dämpfungsverzerrungen, symmetrisch um die Trägerfrequenz:  
 $H_K(f = f_T) = \alpha_0, H_K(f = \pm f_1) = \alpha_1, H_K(f = \pm f_2) = \alpha_2.$
- Idealer Hüllkurvendemodulator gemäß der Beschreibung in diesem Abschnitt.



Die Grafik zeigt die Spektralfunktionen der äquivalenten TP-Signale von Sende- und Empfangssignal. Anhand dieses Bildes sind folgende Aussagen möglich:

- Das äquivalente TP-Signal  $r_{TP}(t)$  ist reell. Die Ortskurve – also die Spitze des Zeigerverbundes in der komplexen Ebene – liegt auch hier wieder auf der reellen Achse.
- Ist  $\alpha_0 \cdot A_T$  größer als  $\alpha_1 \cdot A_1 + \alpha_2 \cdot A_2$ , so ist der „Modulationsgrad des Empfangssignals“ kleiner als 1 und es kommt zu keinen nichtlinearen Verzerrungen.
- Das Sinkensignal nach idealer Hüllkurvendemodulation und Eliminierung des Gleichanteils  $\alpha_0 \cdot A_T$  durch den nachgeschalteten Hochpass lautet:  

$$v(t) = \alpha_1 \cdot A_1 \cdot \cos(2\pi f_1 t) + \alpha_2 \cdot A_2 \cdot \cos(2\pi f_2 t).$$
- Das bedeutet: Es kommt zu linearen Verzerrungen (Dämpfungsverzerrungen), falls  $\alpha_2 \neq \alpha_1$  ist. Wäre die Symmetrie bezüglich  $f_T$  nicht gegeben, so würden nichtlineare Verzerrungen entstehen.

Wir verweisen auf das 3-teilige Lernvideo **Lineare und nichtlineare Verzerrungen** (Dauer 16:25).

## Einfluss von Rauschstörungen

Ausgehend von der Systemkonfiguration

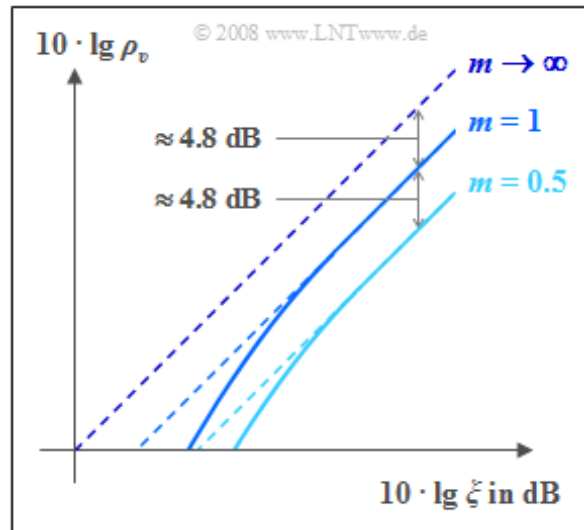
- ZSB-Amplitudenmodulation mit Modulationsgrad  $m \leq 1$  sowie
- bestmöglich angepasste Hüllkurvendemodulation

wird nun der Einfluss von additiven Störungen – z.B. Rauschen – abgeschätzt. Verzerrungen jeglicher Art – beispielsweise bedingt durch einen nichtidealen Kanal oder die nichtperfekte Realisierung von Modulator und Demodulator – werden ausgeschlossen.

Die nebenstehende Grafik zeigt den Sinkenstörabstand  $10 \cdot \lg \rho_v$  bei unterschiedlichem Modulationsgrad  $m$  in Abhängigkeit der logarithmierten Leistungskenngröße

$$10 \cdot \lg \xi = 10 \cdot \lg \frac{\alpha_K^2 \cdot P_S}{N_0 \cdot B_{NF}}$$

Das Ergebnis des Hüllkurvendemodulators (HKD) ist mit durchgezogenen Linien markiert, während die gestrichelten Geraden den Synchrondemodulator (SD) kennzeichnen.



Wie bereits in **Kapitel 2.2** hergeleitet wurde, ergeben sich für den Synchrondemodulator in dieser doppelt-logarithmischen Darstellung die Winkelhalbierende (für  $m \rightarrow \infty$ , ZSB-AM ohne Träger) bzw. hierzu parallel verschobene Gerade mit vertikalem Abstand  $10 \cdot \lg (1 + 2/m^2)$ .

Bei Anwendung von Hüllkurvendemodulation sind folgende Unterschiede festzustellen:

- HKD ist für  $m > 1$  nicht sinnvoll, da dadurch starke nichtlineare Verzerrungen entstehen würden.
- Die durchgehend gezeichneten Kurven für den HKD liegen stets unterhalb der für den SD gültigen gestrichelten Geraden, wenn man vom gleichen Modulationsgrad  $m$  ausgeht.
- Ab einem gewissen Wert der Leistungskenngröße  $\xi$  sind die HKD-Kurven von den SD-Geraden innerhalb der Zeichengenauigkeit nicht mehr zu unterscheiden.

Mehr Informationen zu dieser Thematik finden Sie beispielsweise in **[Kam 04]**.

## Argumente für und gegen den Hüllkurvendemodulator

Der wichtigste Grund für die Verwendung des Hüllkurvendemodulators ist, dass damit die oft aufwändige Frequenz- und Phasensynchronisation vermieden wird, so dass ein solcher preisgünstig realisiert werden kann. Der Hüllkurvendemodulator ist somit ein Beispiel eines **inkohärenten** Demodulators.

Für den Synchrondemodulator – siehe **Kapitel 2.2** – und gegen den Hüllkurvendemodulator können dagegen mehrere Gründe angeführt werden:

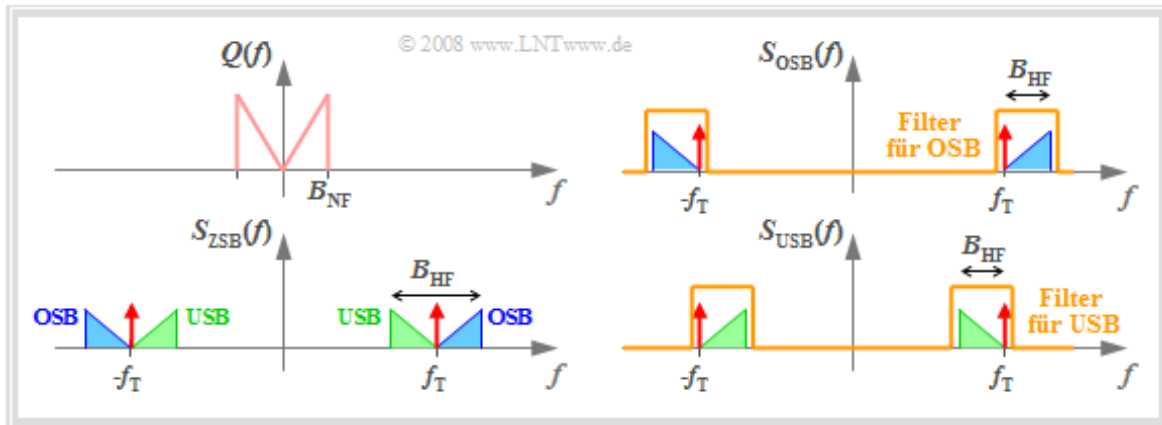
- Bei Hüllkurvendemodulation muss eine Übermodulation ( $m > 1$ ) unter allen Umständen vermieden werden. Dies erreicht man beispielsweise durch die Amplitudenbegrenzung des Quellensignals, was aber ebenfalls nichtlineare Verzerrungen zur Folge hat.
- Bei sonst gleichen Randbedingungen ist ein Modulationsgrad  $m < 1$  nur durch die Erhöhung der Sendeleistung um mindestens den Faktor 3 zu erreichen. Dies ist auch wegen der berechtigten Diskussionen zum Thema „Elektro-Smog“ in großen Teilen unserer Gesellschaft problematisch.
- Lineare Kanalverzerrungen können bei einem Hüllkurvendemodulator zu irreversiblen nichtlinearen Verzerrungen führen, während die bei Synchrondemodulation entstehenden linearen Verzerrungen möglicherweise durch besondere Maßnahmen beim Empfänger kompensiert werden können.

## Beschreibung im Frequenzbereich

Die ZSB-AM – sowohl mit als auch ohne Träger – hat folgende Eigenschaften:

- Das modulierte Signal  $s(t)$  benötigt die doppelte Bandbreite wie das Quellsignal  $q(t)$ .
- Die vollständige Information über  $q(t)$  steckt sowohl im oberen als auch im unteren Seitenband.

Die so genannte **Einseitenband-Amplitudenmodulation** (ESB-AM) macht sich diese Eigenschaft dadurch zunutze, dass nur eines dieser Seitenbänder übertragen wird, entweder das obere Seitenband (OSB) oder das untere Seitenband (USB).



Die Grafik verdeutlicht die ESB-AM im Frequenzbereich und gibt gleichzeitig eine Realisierungsform des ESB-Modulators an. Man erkennt aus dieser Darstellung:

- Das ESB-Spektrum ergibt sich aus dem ZSB-Spektrum durch **Filterung mit einem Bandpass**, der bezüglich der Trägerfrequenz  $f_T$  ein unsymmetrisches Verhalten zeigt.
- Bei **OSB-Modulation** wird die untere Grenzfrequenz  $f_U = f_T - f_\epsilon$  und die obere Grenzfrequenz zu  $f_O \geq f_T + B_{NF}$  gewählt ( $f_\epsilon$  ist eine beliebig kleine positive Frequenz). Das OSB-Spektrum beinhaltet somit nur das obere Seitenband und (nicht notwendigerweise) den Träger.
- Zur Erzeugung einer **USB-Modulation** müssen dagegen die untere bzw. obere Grenzfrequenz des Bandpasses wie folgt festgelegt werden:  $f_U \leq f_T - B_{NF}$ ,  $f_O = f_T + f_\epsilon$ .

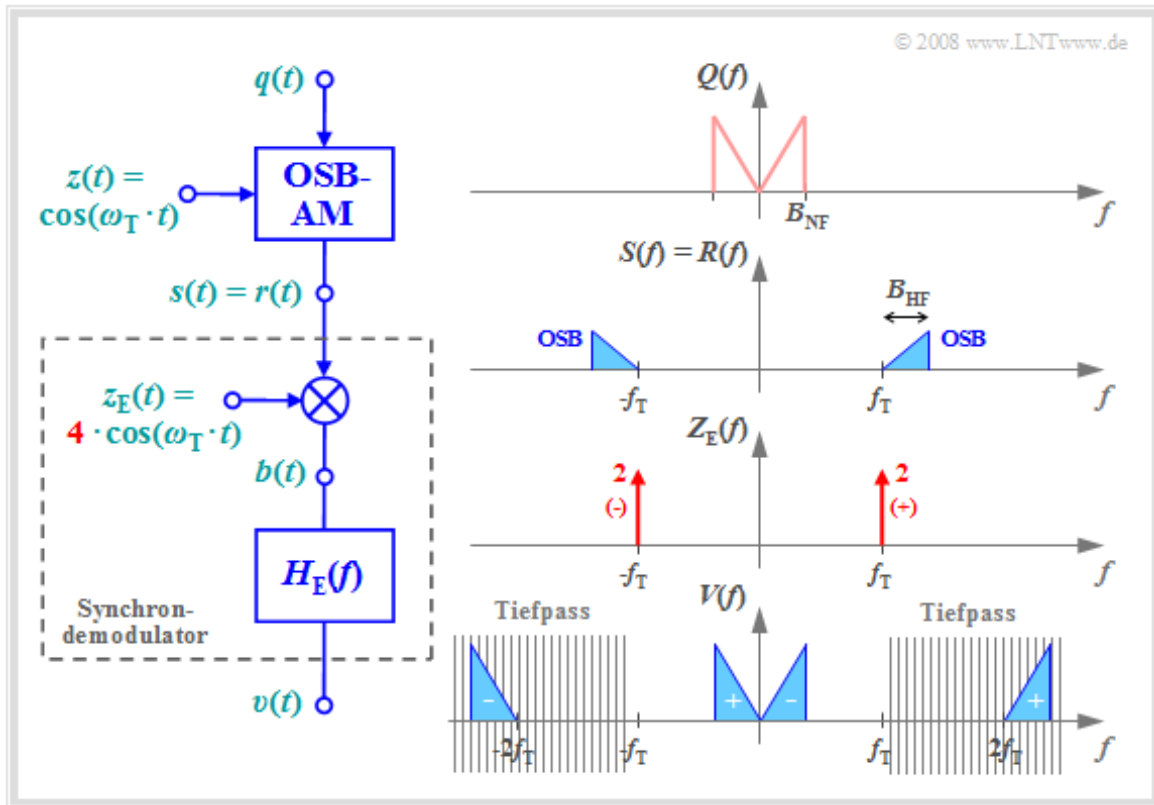
**Beispiel:** Bei  $f_T = 100$  kHz und  $B_{NF} = 3$  kHz erhält man aus dem ZSB-Signal ein OSB-Signal mit Träger, wenn das Filter alle Frequenzen unterhalb von 99.999... kHz abschneidet.

- Ist die untere Grenzfrequenz um ein (beliebig kleines) „epsilon“ größer als  $f_T$ , so ergibt sich eine „OSB-AM ohne Träger“.
- Eine „USB mit/ohne Träger“ kann entsprechend mit  $f_O = 100$  kHz bzw.  $f_O = 99.999...$  kHz realisiert werden.

Der große Vorteil einer ESB-AM liegt in der nur halben Bandbreite gegenüber der ZSB-AM. Mit welchen Nachteilen dieser Vorteil erkauft werden muss, wird auf den nachfolgenden Seiten erläutert.

## Synchrondemodulation eines ESB-Signals

Wir betrachten nun ein ESB-moduliertes Signal und beim Empfänger den in **Kapitel 2.2** beschriebenen Synchrondemodulator, wobei perfekte Frequenz- und Phasensynchronisation vorausgesetzt wird. Ohne Einfluss auf die Allgemeingültigkeit ist im weiteren Verlauf dieses Abschnitts stets  $\phi_T = 0$  gesetzt.



Ein Vergleich mit den Eigenschaften des Synchrondemodulators bei ZSB-AM in **Kapitel 2.2** zeigt folgende Gemeinsamkeiten und Unterschiede:

- Das Spektrum  $V(f)$  des Sinkensignals ergibt sich in beiden Fällen aus der Faltung der Spektren  $R(f)$  und  $Z_E(f)$ , wobei Letzteres sich aus zwei Diracfunktionen bei  $\pm f_T$  zusammensetzt.
- Bei ZSB-AM überlagern sich für jede Frequenz die Faltungsprodukte mit der rechten und der linken Diracfunktion. In der **Grafik** zu Kapitel 2.2 sind diese Anteile mit „+“ bzw. „-“ markiert.
- Dagegen liefert bei OSB-Modulation nur die Faltung mit der Diraclinie bei  $-f_T$  den  $V(f)$ -Anteil bei positiven Frequenzen und bei USB-Modulation die Faltung mit der Diracfunktion  $\delta(f - f_T)$ .
- Bei ZSB-AM wird mit dem empfangsseitigen Trägersignal  $z_E(t) = 2 \cdot \cos(\omega_T \cdot t)$  erreicht, dass  $v(t) = q(t)$  gilt. Dagegen muss bei ESB-AM die Trägeramplitude auf **4** erhöht werden.

## Einfluss eines Frequenz- und Phasenversatzes

Besteht ein Frequenzversatz zwischen den Trägersignalen  $z(t)$  und  $z_E(t)$ , so kommt es stets zu starken nichtlinearen Verzerrungen, also unabhängig davon, ob ZSB-AM oder ESB-AM vorliegt. Bei der Realisierung eines Synchronmodulators ist deshalb eine perfekte Frequenzsynchronisation unerlässlich.

Betrachten wir nun den **Einfluss eines Phasenversatzes**  $\Delta\phi_T$  zwischen sende- und empfangsseitigem Trägersignal, und zwar am Beispiel des Quellensignals

$$q(t) = A_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) + A_2 \cdot \cos(\omega_2 \cdot t).$$

Bei **ZSB-AM** führt ein solcher Phasenversatz lediglich zu einer **frequenzunabhängigen Dämpfung**, aber nicht zu Verzerrungen:

$$v(t) = \cos(\Delta\phi_T) \cdot q(t) = \cos(\Delta\phi_T) \cdot A_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) + \cos(\Delta\phi_T) \cdot A_2 \cdot \cos(\omega_2 \cdot t).$$

Dagegen erhält man bei der **OSB-AM**:

$$\begin{aligned} v(t) &= A_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - \Delta\phi_T) + A_2 \cdot \cos(\omega_2 \cdot t - \Delta\phi_T) = \\ &= A_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot (t - \tau_1)) + A_2 \cdot \cos(\omega_2 \cdot (t - \tau_2)). \end{aligned}$$

Man erkennt aus dieser Gleichung:

- Die beiden Laufzeiten  $\tau_1 = \Delta\phi_T/\omega_1$  und  $\tau_2 = \Delta\phi_T/\omega_2$  sind unterschiedlich. Das bedeutet, dass ein Phasenversatz bei ESB-AM (OSB-AM oder USB-AM) zu **Phasenverzerrungen** führt.
- Ein positiver Wert von  $\Delta\phi_T$  bewirkt bei OSB positive Werte von  $\tau_1$  und  $\tau_2$  (also gegenüber dem Cosinus nachlaufende Signale) und bei USB negative  $\tau_1$ - bzw.  $\tau_2$ -Werte (vorlaufende Signale).

Die Auswirkungen von Phasenverzerrungen auf ein aus zwei Cosinusschwingungen zusammengesetztes Nachrichtensignal können Sie sich mit folgendem Interaktionsmodul verdeutlichen:

### Lineare Verzerrungen periodischer Signale



## Seitenband-zu-Träger-Verhältnis (1)

Ein wichtiger Parameter der ZSB-AM ist der Modulationsgrad  $m = q_{\max}/A_T$ . Im Sonderfall einer harmonischen Schwingung gilt  $m = A_N/A_T$  und man erhält das Spektrum  $S_+(f)$  des analytischen Signals entsprechend der oberen Grafik. Beachten Sie bitte die Normierung auf  $A_T$ .

Bei der ESB-AM ist die Anwendung des Parameters  $m$  zwar prinzipiell möglich, aber nicht zweckmäßig. Beispielsweise gilt für die Zeitbereichsdarstellung der OSB-AM mit dem Spektrum  $S_+(f)$  entsprechend der unteren Grafik:

$$s_+(t) = A_T \cdot e^{j \cdot \omega_T \cdot t} + \frac{A_N}{2} \cdot e^{j \cdot (\omega_T + \omega_N) \cdot t}.$$

Hierfür kann in gleicher Weise

$$s_+(t) = A_T \cdot (e^{j \cdot \omega_T \cdot t} + \mu \cdot e^{j \cdot (\omega_T + \omega_N) \cdot t})$$

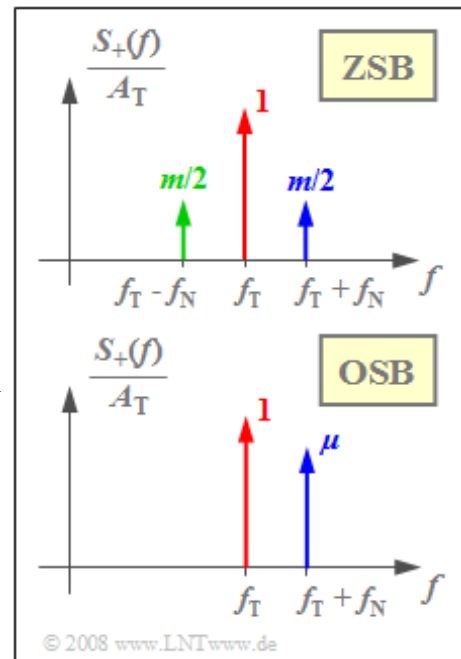
geschrieben werden, wobei nun das **Seitenband-zu-Träger-Verhältnis** verwendet ist:

$$\mu = \frac{A_N}{2 \cdot A_T}.$$

Ist das Quellensignal keine harmonische Schwingung, so ist die Angabe dieser Größe schwierig. Hier kann man folgende Näherung benutzen:

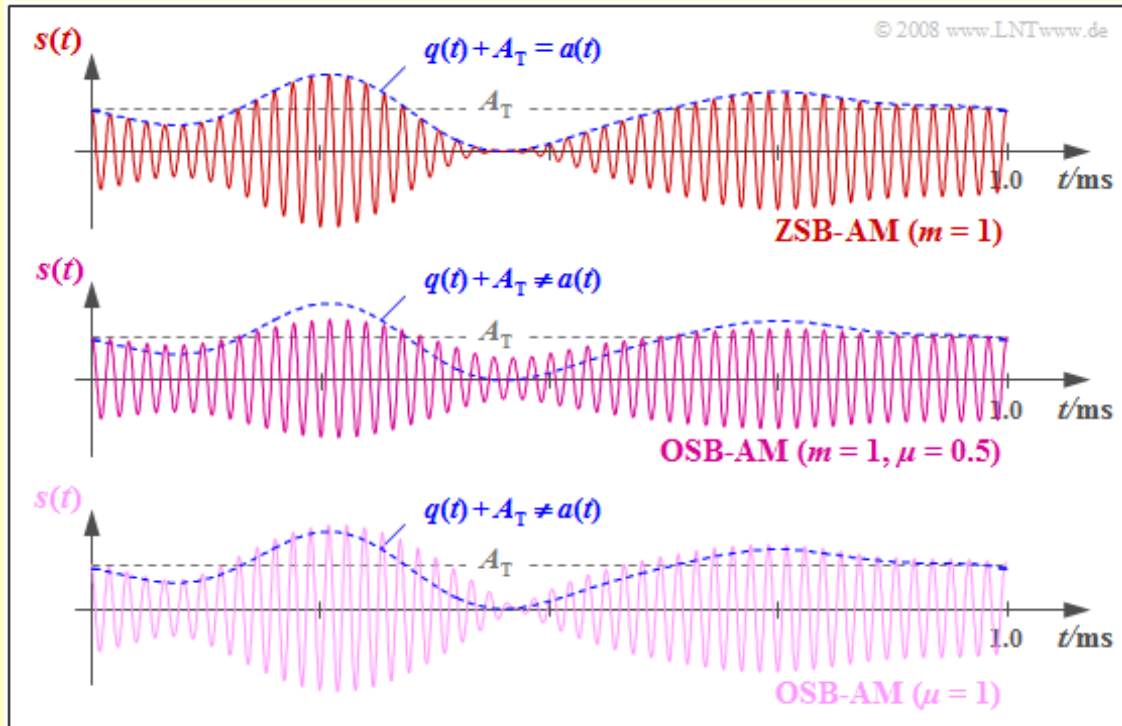
$$\mu = \frac{q_{\max}}{2 \cdot A_T} \quad \text{mit} \quad q_{\max} = \max_t |q(t)|.$$

Mit dieser Näherung ist  $\mu = m/2$ . Ein Vergleich zwischen einer ZSB- und einer ESB-AM sollte jedoch stets für den gleichen Zahlenwert von  $m$  bzw.  $\mu$  erfolgen.



## Seitenband-zu-Träger-Verhältnis (2)

**Beispiel:** Die obere Grafik zeigt das ZSB-AM-Signal für den Modulationsgrad  $m = q_{\max}/A_T = 1$ . Dies ist der Grenzfall für die Anwendung der Hüllkurvendemodulation, da so das Nachrichtensignal  $q(t)$  in der Hüllkurve  $a(t)$  gerade noch verzerrungsfrei enthalten ist.



- Die mittlere Grafik zeigt das OSB-Signal, wobei ebenfalls  $A_T = q_{\max}$  gewählt ist. Nach den beiden obigen Definitionen entspricht dies den Zahlenwerten  $m = 1$  bzw.  $\mu = 0.5$ . Aufgrund des fehlenden USB-Beitrags unterscheidet sich hier die Hüllkurve  $a(t)$  deutlich von  $q(t) + A_T$ .

Dagegen wurde für den unten dargestellten Signalverlauf  $q_{\max} = 2 \cdot A_T$  gewählt, so dass sich für das Seitenband-zu-Träger-Verhältnis der Zahlenwert  $\mu = 1$  ergibt.

Diese Grafik macht Folgendes deutlich:

- Es sind mehr Ähnlichkeiten zwischen dem oberen und dem unteren Signal festzustellen als zwischen den ersten beiden. Der Vergleich zwischen einer ZSB-AM und einer ESB-AM sollte möglichst bei gleichem Zahlenwert für  $m$  bzw.  $\mu$  erfolgen.
- Die Hüllkurvendemodulation führt bei einer Einseitenband-Amplitudenmodulation grundsätzlich – das heißt für jeden Zahlenwert des Seitenband-zu-Träger-Verhältnisses  $\mu$  – zu gravierenden Verzerrungen. Diese sind von nichtlinearer Art und somit irreversibel.

## Zusammenfassende Bewertung der ESB-AM

Der entscheidende **Vorteil** der ESB-AM gegenüber der ZSB-AM ist der um den Faktor 2 geringere Bandbreitenbedarf. Eingesetzt wurde diese Technik schon in den 1960er-Jahren bei der analogen Übertragung von Telefongesprächen. Entsprechend eines hierarchischen Aufbaus werden zunächst drei Fernsprechanäle – jeweils auf den Bereich 0.3 bis 3.4 kHz bandbegrenzt – zu einer Vorgruppe mit der Bandbreite 12 kHz zusammengefasst. Durch weiteres Zusammenfassen wurde so das Weitverkehrssystem „V 10800“ mit bis zu 10800 Sprachkanälen und einer Gesamtbandbreite von 60 MHz realisiert.

Für die halbe Bandbreite der ESB-AM müssen aber auch **Nachteile** in Kauf genommen werden, die in den Aufgaben zu diesem Abschnitt 2.4 untersucht werden sollen:

- Die Information über das Quellensignal  $q(t)$  steckt nun im Gegensatz zur ZSB-AM nicht mehr ausschließlich in der Amplitude, sondern gleichermaßen auch in der Phase (siehe Aufgabe A2.10).
- Die Anwendung der Hüllkurvendemodulation bei OSB- oder USB-AM führt deshalb stets zu starken nichtlinearen Verzerrungen (siehe Aufgabe Z2.10).
- Die Synchrondemodulation eines ESB-AM-Signals führt zu Phasenverzerrungen, wenn zwischen den Trägersignalen bei Sender und Empfänger ein Phasenversatz besteht.

Ebenso wie bei einer ZSB-AM mit Synchrondemodulation gelten auch hier folgende Aussagen:

- Dämpfungsverzerrungen des Kanals führen nur zu (linearen) Dämpfungsverzerrungen bezüglich des Sinkensignals. Es entstehen keine nichtlinearen Verzerrungen (siehe Aufgabe A2.9).
- Die ESB-AM ohne Träger zeigt genau gleiches Rauschverhalten wie die ZSB-AM ohne Träger. Der Vorteil der kleineren HF-Bandbreite wird durch die notwendige Pegelanpassung aufgehoben.
- Eine ESB-AM mit dem Seitenband-zu-Träger-Verhältnis  $\mu$  zeigt ähnliches Rauschverhalten wie eine ZSB-AM mit dem Modulationsgrad  $m = 2^{0.5} \cdot \mu$  (siehe Aufgabe Z2.9).
- Allerdings ist zu beachten, dass die ESB-AM mit Träger aufgrund der nichtlinearen Verzerrungen bei Hüllkurvendemodulation – nur wegen dieser wird ja der Träger zugeführt – wenig sinnvoll ist.

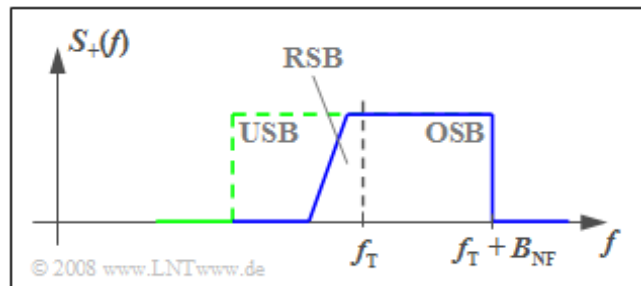
## Restseitenband-Amplitudenmodulation (1)

Bei der Signalübertragung mittels Einseitenbandmodulation (ESB-AM) treten folgende Probleme auf:

- Zum Unterdrücken des unerwünschten Seitenbandes – zum Beispiel des unteren – muss ein Filter mit sehr hoher Flankensteilheit verwendet werden.
- Solche steilflankigen Filter weisen jedoch starke Gruppenlaufzeitverzerrungen auf, insbesondere an der Grenze des Durchlassbereichs.

Das Problem kann stark abgeschwächt werden, wenn man anstelle der Einseitenband-AM die **Restseitenband-Amplitudenmodulation** nutzt, wie in der nebenstehenden Grafik gezeigt.

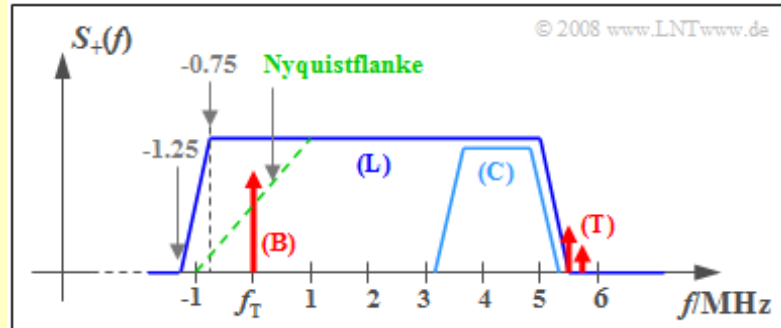
Die vorliegende Beschreibung basiert auf dem Lehrbuch [Mäu88]. Danach kann die RSB-AM stichpunktartig wie folgt charakterisiert werden:



- Man nutzt noch einen gewissen Frequenzbereich des eigentlich unterdrückten Seitenbandes – im betrachteten Beispiel des USB – mit relativ flach abfallender Übertragungsfunktion zusätzlich aus.
- Empfängerseitig wird im Übergangsbereich vom unterdrückten zum übertragenen Seitenband eine frequenz-linear ansteigende Selektionskurve mit so genannter Nyquist-Flanke verwendet.
- Die Demodulation führt eine Faltung der Seitenbänder um den Träger durch, so dass resultierend der Nachrichteninhalt eines Bandes mit für alle Frequenzen gleicher Amplitude gewonnen wird.

## Restseitenband-Amplitudenmodulation (2)

**Beispiel:** Anwendung findet das Restseitenbandverfahren beim (analogen) Farbfernsehen, dessen Frequenzspektrum nach der CCIR-Norm in der Grafik abgebildet ist. Die angegebenen Frequenzen beziehen sich auf das in Deutschland verwendete PAL-B/G-Fernsehformat.

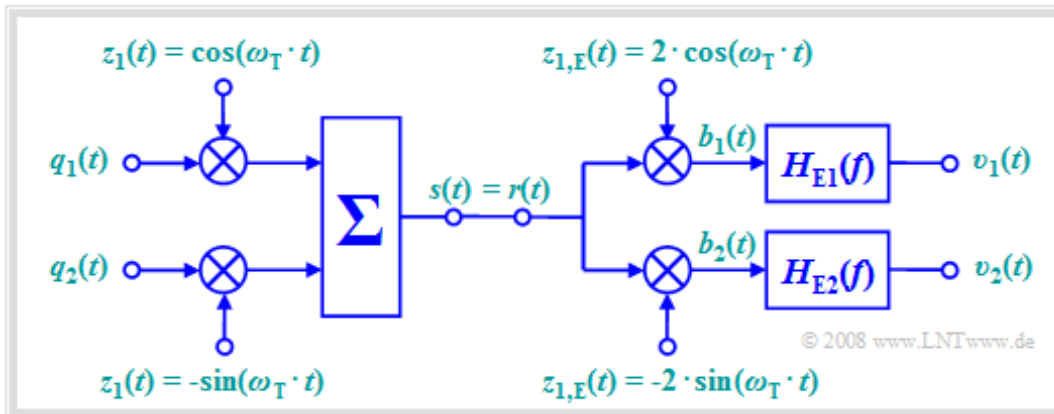


Man erkennt aus dieser schematischen Darstellung:

- Das abgestrahlte Spektrum (nur positive Frequenzen gezeichnet) reicht von  $f_T - 1.25$  MHz bis  $f_T + 5.75$  MHz. Das untere Restseitenband ist inklusive der Nyquistflanke ca. 1.25 MHz breit.
- Die grün-gestrichelte Linie zeigt die Empfänger-Durchlasskurve. Der Bildträger (B) bei der Trägerfrequenz  $f_T$  liegt mittig zu dieser Nyquistflanke.
- Das Luminanzsignal (L) geht bis etwa 5 MHz. Es enthält die Information für die Bildhelligkeit und die Farbe „Grün“.
- Im oberen Teil ist das Chromiansignal (C) eingebettet. Dabei werden zwei orthogonale Träger bei 4.43 MHz für „Rot“ und „Blau“ QAM-moduliert; der Träger wird dabei unterdrückt.
- Der Tonträger (T) liegt bei  $f_T + 5.5$  MHz und ist um 12 dB niedriger als der Bildträger. Falls eine Stereo- oder Zweikanaltonübertragung vorliegt, folgt bei 5.75 MHz ein zweiter Tonträger.

## Quadratur-Amplitudenmodulation

Durch Ausnutzung der Orthogonalität von Cosinus- und Sinusfunktion kann ein Kanal zur gleichzeitigen Übertragung zweier Quellsignale  $q_1(t)$  und  $q_2(t)$  ohne gegenseitige Beeinträchtigungen doppelt genutzt werden. Man bezeichnet dieses Verfahren als **Quadratur-Amplitudenmodulation** (QAM).



Dieses System weist folgende Eigenschaften auf:

- Das Sendesignal setzt sich aus zwei zueinander orthogonalen Anteilen zusammen:

$$s(t) = q_1(t) \cdot \cos(\omega_T \cdot t) - q_2(t) \cdot \sin(\omega_T \cdot t).$$

- Unter der Voraussetzung von frequenz- und phasensynchroner Demodulation lautet das Signal im oberen Zweig vor dem Tiefpass  $H_{E1}(f)$ :

$$\begin{aligned} b_1(t) &= q_1(t) \cdot 2 \cdot \cos^2(\omega_T \cdot t) - q_2(t) \cdot 2 \cdot \cos(\omega_T \cdot t) \cdot \sin(\omega_T \cdot t) = \\ &= q_1(t) \cdot [1 + \cos(2\omega_T \cdot t)] - q_2(t) \cdot \sin(2\omega_T \cdot t). \end{aligned}$$

- Durch Begrenzung auf Frequenzen  $|f| < f_T$  ergibt sich somit im oberen bzw. unteren Zweig:

$$v_1(t) = q_1(t), \quad v_2(t) = q_2(t).$$

- Bei einem Phasenversatz  $\Delta\phi_T$  zwischen den sende- und empfängerseitigen Trägersignalen kommt es neben einer Dämpfung des gewünschten Teilnehmers zusätzlich zu Übersprechen des zweiten Teilnehmers und damit zu nichtlinearen Verzerrungen:

$$\begin{aligned} v_1(t) &= \alpha_{11} \cdot q_1(t) + \alpha_{12} \cdot q_2(t), \quad v_2(t) = \alpha_{21} \cdot q_1(t) + \alpha_{22} \cdot q_2(t) \\ \Rightarrow \quad \alpha_{11} &= \alpha_{22} = \cos(\Delta\phi_T), \quad \alpha_{12} = -\alpha_{21} = \sin(\Delta\phi_T). \end{aligned}$$

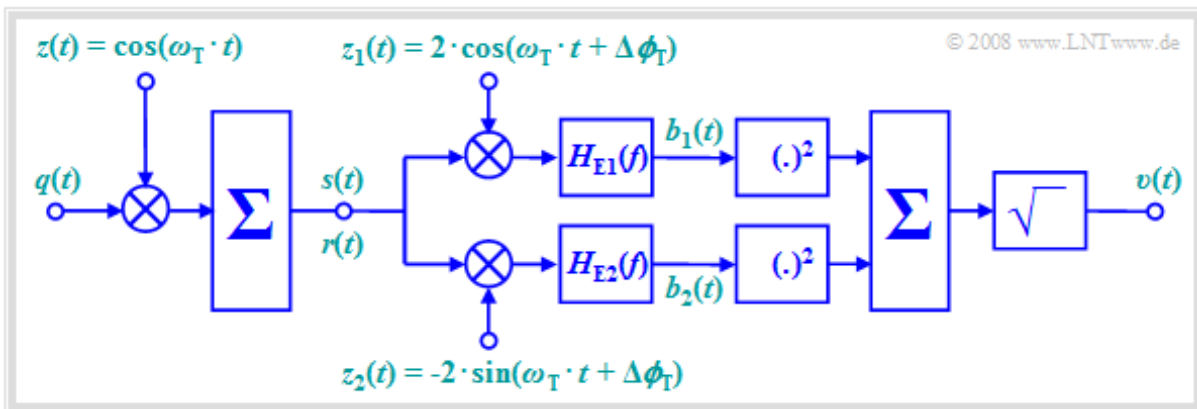
## Inkohärente (nichtkohärente) Demodulation

Demodulatoren können in folgender Weise klassifiziert werden:

**Definition:** Man bezeichnet einen Demodulator als **kohärent**, wenn er zur Rekonstruktion des Nachrichtensignals neben der erforderlichen Frequenzsynchronität auch genaue Informationen über die Phase des sendeseitigen Trägersignals benötigt.

Ist diese Phaseninformation nicht erforderlich, so spricht man von einem **inkohärenten** Demodulator.

Beispiel für einen inkohärenten (oder nichtkohärenten) Demodulator ist der **Hüllkurvendemodulator** gemäß Kapitel 2.3. Ein zweites Beispiel zeigt das nachfolgende Blockschaltbild.



Zu dieser Anordnung ist Folgendes zu bemerken:

- Im Gegensatz zur **Quadratur-Amplitudenmodulation** wird hier die Orthogonalität zwischen Cosinus- und Sinusfunktion nicht zur gleichzeitigen Übertragung eines zweiten Quellensignals herangezogen, sondern zur Vereinfachung der Empfängereinrichtung genutzt.
- Die empfängerseitigen Trägersignale können gegenüber den Trägersignalen beim Sender einen beliebigen und auch zeitabhängigen Phasenversatz  $\Delta\phi_T$  aufweisen, so lange die Phasendifferenz zwischen den beiden Zweigen weiterhin genau  $90^\circ$  beträgt.
- Der Grund hierfür ist, dass für die beiden Signale im oberen und unteren Zweig – jeweils nach dem Multiplizierer und der Tiefpassfilterung – gilt:

$$b_1(t) = \cos(\Delta\phi_T) \cdot q(t), \quad b_2(t) = -\sin(\Delta\phi_T) \cdot q(t).$$

- Damit ist gewährleistet, dass das Sinkensignal  $v(t)$  unabhängig vom Phasenversatz  $\Delta\phi_T$  mit dem Quellensignal  $q(t)$  übereinstimmt:

$$v(t) = \sqrt{b_1^2(t) + b_2^2(t)} = \sqrt{q^2(t)} = |q(t)|.$$

- Voraussetzung für die Funktionsfähigkeit – also für das Ergebnis  $v(t) = q(t)$  – ist allerdings, dass zu allen Zeiten  $q(t) \geq 0$  ist. Bei einem analogen Nachrichtensystem könnte man diesen Sachverhalt beispielsweise mit dem Modulationsverfahren „ZSB-AM mit Träger“ erzwingen.
- Angewandt wird diese Form von nichtkohärenter Demodulation – oder Modifikationen hiervon – vorwiegend bei digitalen Modulationsverfahren, worauf im Kapitel 4 noch eingegangen wird.